Fritt Val Tillåtelser

Daniel Rönnedal

Abstrakt
Den här uppsatsen handlar om fritt val (FV) tillåtelser (FVT). Jag går igenom den s.k. fritt val tillåtelser paradoxen och nämner några möjliga lösningar på denna. Därefter presenterar jag mitt eget förslag på hur man bör förstå tillåtelser av detta slag och hur man kan lösa (FVT) paradoxen. Jag tar upp några potentiella invändningar mot denna analys och visar hur dessa kan bemötas. Ibland har (FVT) paradoxen använts som ett argument emot s.k. standard deontisk logik (SDL). Jag argumenterar för att man kan acceptera förekomsten av (FV) tillåtelser utan att behöva förkasta (SDL). Däremot pekar diskussionen på behovet av en kvantifierad deontisk logik.

1. Introduktion

Betrakta följande resonemang.

> Argument 1
> Du får ta en bulle eller en syltmunk.
> Alltså får du ta en bulle och du får ta en syltmunk.

Detta argument tycks vara giltigt. Slutsatsen tycks följa ur premissen. Antag att du är på besök hos din farmor och farfar. Farmor sträcker fram ett fat med flera bullar och munkar på, och säger: ”Du får ta en bulle eller en syltmunk”. I denna situation verkar det vara rimligt för dig att dra slutsatsen att du får ta en bulle och att du får ta en syltmunk (men inte nödvändigtvis att du får ta både en bulle och en syltmunk).

Följande symbolisering av detta resonemang i s.k. standard deontisk logik (SDL) är emellertid inte giltigt.[1]

$$P(B \vee S)$$
$$PB \wedge PS$$

[1] För mer information om SDL och deontisk logik, se t.ex. Gabbay, Horty, Parent, van der Meyden, & van der Torre (red.) (2013), Hilpinen (red.) (1971), (1981), Rönnedal (2010), eller Åqvist (1987), (2002).

Där B står för ”Du tar en bulle”, S för ”Du tar en syltmunk” och P är en satsoperator som utläses ”Det är tillåtet att”, eller ”Det får vara fallet att”. Följande modell bevisar detta. Mängden av alla möjliga världar består av w_0 och w_1; w_1 är deontiskt tillgänglig från w_0; B är falsk i w_1 och S är sann i w_1. För att förstärka denna modell till en OS5+ modell kan vi anta att w_1 också är tillgänglig från sig själv.

Men hur skall vi då förklara att argument 1 tycks vara giltigt, att det tycks vara rimligt att härleda slutsatsen ur premissen?

Ett möjligt svar på denna fråga är att hävda att SDL är ett för svagt logiskt system, att vi bör lägga till någon premiss till SDL som gör argument 1 giltigt.

Betrakta följande princip, fritt val principen (FVP).

(FVP) $P(A \vee B) \rightarrow (PA \wedge PB)$

Om vi lägger till FVP till SDL, kan vi enkelt visa att slutsatsen i argument 1 kan härledas från premissen i detta argument. Gör vi det, följer emellertid ett antal kontraintuitiva slutsatser (Hansson (2013)). Låt oss titta närmare på några av dessa. (Omedelbart efter den problematiska satsen i varje exempel har jag angivit vilka teorem och regler som används i härledningarna.)

Problem 1 (Kamp 1973). $Op \rightarrow O(p \wedge q)$
P-Extensionalitet (P-Ext): Om $A \leftrightarrow B$ är ett teorem, så är också $PA \leftrightarrow PB$ ett teorem. Definierbarhet (Def-O): $OA \leftrightarrow \neg P \neg A$. SL innebär att steget följer med vanlig satslogik.

1. $P(\neg p \vee \neg q) \rightarrow P\neg p$ [FVP, SL]
2. $P\neg(p \wedge q) \rightarrow P\neg p$ [1, P-Ext, SL]
3. $\neg P\neg p \rightarrow \neg P\neg(p \wedge q)$ [2, SL]
4. $Op \rightarrow O(p \wedge q)$ [3, Def-O]

Men $Op \rightarrow O(p \wedge q)$ är en orimlig princip. Här är en kontraintuitiv instans: Om det är obligatoriskt att du betalar skatt, så är det obligatoriskt att du betalar skatt och bränner ner skatteverkets kontor.

Problem 2 (von Wright 1968). $Op \rightarrow Pq$
Axiom (D): $OA \rightarrow PA$. O-försvagning (OF): $OA \rightarrow O(A \vee B)$

1. $P(p \vee q) \rightarrow Pq$ [FVP, SL]
2. $O(p \vee q) \rightarrow P(p \vee q)$ [D]
3. $Op \rightarrow O(p \vee q)$ [OF]
4. $Op \rightarrow Pq$ [1-3, SL]

Men $Op \rightarrow Pq$ är en orimlig princip, som hävdar att om någonting bör vara fallet, så är allt tillåtet. Enligt denna sats gäller det t.ex. att om du bör skänka pengar till något välgörande ändamål, så är det tillåtet att du misshandlar din partner.

Problem 3 (Makinson 1984): $Pp \rightarrow Pq$.
O-Extensionalitet (O-Ext): Om $A \leftrightarrow B$ är ett teorem, så är också $OA \leftrightarrow OB$ ett teorem. O-distribution (OD): $O(A \wedge B) \rightarrow (OA \wedge OB)$. (Def-P): $PA \leftrightarrow \neg O \neg A$.

1.	$P(p \vee q) \rightarrow Pq$	[FVP, SL]
2.	$O(\neg p \wedge \neg q) \rightarrow O\neg p$	[OD, SL]
3.	$O\neg(p \vee q) \rightarrow O\neg p$	[2, O-Ext, SL]
4.	$\neg O\neg p \rightarrow \neg O\neg(p \vee q)$	[3, SL]
5.	$Pp \rightarrow P(p \vee q)$	[4, Def-P]
6.	$Pp \rightarrow Pq$	[1, 5, SL]

Men $Pp \rightarrow Pq$ är en orimlig princip. Den säger att om något är tillåtet, så är allt tillåtet. T.ex.: Om det är tillåtet att du lämnar landet, så är det tillåtet att du stjäl din grannes bil.

Problem 4 (Hilpinen 1982): $Pp \rightarrow P(p \wedge q)$.
(P-Ext).

1.	$P((p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q))$	
	$\rightarrow (P(p \wedge q) \wedge P(p \wedge \neg q))$	[FVP]
2.	$Pp \rightarrow (P(p \wedge q) \wedge P(p \wedge \neg q))$	[1, P-Ext, SL]
3.	$Pp \rightarrow P(p \wedge q)$	[2, SL]

Notera att detta är ett problem inte bara för SDL och för alla s.k. normala deontiska system, utan för alla deontiska system som innehåller (Ext), t.ex. alla s.k. klassiska system. $Pp \rightarrow P(p \wedge q)$ är en kontraintuitiv princip. Här är en problematisk instans: Om det är tillåtet att du gifter dig, så är det tillåtet att du gifter dig och spränger slottet i luften.

Problem 5. $Op \rightarrow Oq$.
(P-Ext). (Def-O). (OD).

1.	$P(\neg p \vee \neg q) \rightarrow P\neg p$	[FVP, SL]
2.	$P\neg(p \wedge q) \rightarrow P\neg p$	[1, P-Ext, SL]
3.	$\neg P\neg p \rightarrow \neg P\neg(p \wedge q)$	[2, SL]
4.	$Op \rightarrow O(p \wedge q)$	[3, Def-O]
5.	$O(p \wedge q) \rightarrow Oq$	[OD, SL]
6.	$Op \rightarrow Oq$	[4, 5, SL]

$Op \rightarrow Oq$ säger att om något är obligatoriskt, så är allting obligatoriskt. Detta är orimligt. Här är ett exempel på en kontraintuitiv instans. Om det är obligatoriskt att du går ut grundskolan, så är det obligatoriskt att du startar tredje världskriget.

Faktum är att vi kan härleda en motsägelse i SDL om vi lägger till FVP. Antag att vi utvidgar SDL med FVP. Vi har sett att vi då kan härleda $Pp \rightarrow Pq$. Vi kan byta ut p och q mot vilka satser som helst. Alltså $P\top \rightarrow P\bot$. Men i SDL har vi $P\top$. Alltså $P\bot$. Alla normala deontiska system innehåller emellertid $\neg P\bot$. Detta är absurt.

Dessa problem visar på ett tydligt sätt att det är orimligt att acceptera alla satser och regler i SDL om det är rimligt att acceptera FVP. Omvänt gäller det att om vi har goda skäl att hålla fast vid SDL, så har vi goda skäl att förkasta FVP. Och vi tycks ha goda skäl att acceptera SDL. Samtidigt är FVP en intuitivt rimligt princip. Satsen ”Du får ta en bulle och du får ta en syltmunk” tycks följa ur satsen ”Du får ta en bulle eller en syltmunk”.

Hur skall man ställa sig till detta problem, som vi skall kalla ”fritt val tillåtelser (FVT) paradoxen”?

2. Möjliga lösningar

Många olika möjliga lösningar på fritt val tillåtelser paradoxen har presenterats. Ett förslag går ut på att införa en ny ”fritt val” operator som satisfierar FVP eller att helt enkelt symbolisera ”Du får A eller B” som $PA \land PB$. Se t.ex. Föllesdal & Hilpinen (1971), von Wright (1971), och Woleński (1980).

Ett annat förslag går ut på att förkasta SDL och utveckla någon alternativ logik. Se t.ex. Dignum, Meyer & Wieringa (1996), som använder en dynamisk deontisk logik (se också Gabbay, Gammaitoni & Sun (2014)), Asher & Bonevac (2005), som utvecklar en deontisk logik baserad på en icke-monotonisk logik, Barker (2010), som utgår ifrån en deontisk logik baserad på ”linjär logik”, och Aher (2012), som introducerar en deontisk logik baserad på en s.k. ”inkvisitiv” (eng: inquisitive) semantik.

En alternativ lösning hävdar att slutsatsen i argument 1 (och liknande argument) inte följer (semantiskt) från premissen. FVP är inte en giltig princip; det handlar om en *pragmatisk* implikation. Premissen i argument 1 (och liknande argument) implicerar *pragmatiskt* slutsatsen, men premissen kan vara sann samtidigt som slutsatsen är falsk. Se t.ex. Zimmerman (2000), Schulz (2005b), Fox (2007), och Franke (2010).

Ytterligare ett alternativ går ut på att införa en dold Endast-operator som inte explicit uttrycks men förstås av språkanvändarna. Kamp (1973) tycks vara den första som föreslår en lösning av detta slag. Flera andra har försökt utveckla denna idé. Se t.ex. Dignum, Meyer & Wieringa (1996).

Några filosofer har menat att ”fri tillåtelse” inte är en egenskap hos en disjunktion utan en egenskap hos mängden av disjunkter. Se t.ex. Hansson (2001), särskilt ss. 130-131, och Hansson (2013).

Slutligen kan man hävda att problemen med fritt val tillåtelser och fritt val tillåtelser paradoxen uppstår som en följd av en ”felaktig” eller ”dålig” översättning av de naturliga satserna i argument 1 (och liknande argument) till formella satser. Slutsatsen följer, om vi symboliserar dessa satser ”korrekt”. En lösning av den här typen finns antydd i Parks (1973). Både Stenius (1982) och Makinson (1984) argumenterar explicit på detta sätt (se också Åqvist (1965)). Den ”lösning” jag argumenterar för i den här uppsatsen är en utveckling av idéer som presenteras i Stenius (1982) och i Makinson (1984).[2]

3. Lösningsförslag 1

Enligt den lösning av fritt val tillåtelser paradoxen som jag föreslår i den här uppsatsen behöver vi inte överge SDL eller några teorem eller regler i detta system. Det går att tolka argument 1 på ett sådant sätt att det blir semantiskt giltigt. Det är alltså inte nödvändigtvis så att premissen endast *pragmatiskt* implicerar slutsatsen. Lösningen förutsätter dock att vi utvidgar SDL med predikatlogik. Jag kommer att använda mig av en kvantifierad temporal aletisk-deontisk logik för att symbolisera flera olika fritt val tillåtelser. De tekniska detaljerna i dessa system utvecklas i Rönnedal (2014).[3] Jag kommer i det här avsnittet att presentera ett lösningsförslag. På grund av vissa problem med detta (se avsnitt 5) kommer jag att undersöka ett nytt, modifierat förslag i avsnitt 6. Först skall vi emellertid analysera ett antal enklare former av fritt val tillåtelser.

Betrakta följande scenario. Du är på besök hos din farmor och farfar. Farmor håller fram ett fat med kakor och säger: ”Du får ta en kaka”. Vad betyder satsen ”Du får ta en kaka”? Vi bör skilja mellan åtminstone fyra olika möjliga tolkningar.

1. Det finns en kaka som det är tillåtet att du tar.
2. Det är tillåtet att det finns en kaka som du tar.
3. Du får ta vilken kaka som helst.
4. Du får ta alla kakor.

Sats 3 tycks även kunna uttryckas på följande sätt: ”För varje kaka gäller det att du får tar den”. Låt Kx vara ett predikat som läses ”x är en kaka [på fatet]”, Txy ett predikat som läses ”x tar y” och d en singulär term som refererar till dig. ∃x är en partikulär kvantifikator som läses ”Det finns ett x sådant att” och ∀x en universell kvantifikator som läses ”Det gäller för alla x

[2] För mer information om fritt val tillåtelser, se Aloni (2007), Anglberger, Dong & Roy (2014), Chemla (2009), Geurts (2005), Geurts & Pouscoulous (2009), Giannakidou (2001), Jennings (1985), Merin (1992), Nute (1985), Saeboe (2001), Schulz (2005), Simons (2005), van Rooij (2006), och Åqvist (1965), (1987), särskilt ss. 47-55.

[3] Se också Rönnedal (2012) och (2012b). Notera att jag använder något andra symboler i den här uppsatsen.

att”. $\exists$ och $\forall$ kan antingen tolkas possibilistiskt eller aktualististiskt beroende på kontexten. Då kan satserna 1-4 symboliseras på följande sätt i en kvantifierad deontisk logik.

1′. $\exists x(Kx \wedge PTdx)$. Det finns ett x sådant att x är en kaka och det är tillåtet att du tar x.
2′. $P\exists x(Kx \wedge Tdx)$. Det är tillåtet att det finns ett x sådant att x är en kaka och du tar x.
3′. $\forall x(Kx \rightarrow PTdx)$. Det gäller för alla x att om x är en kaka, så är det tillåtet att du tar x.
4′. $P\forall x(Kx \rightarrow Tdx)$. Det är tillåtet att det gäller för alla x att om x är en kaka, så tar du x.

Hur förhåller sig dessa formler till varandra? I vanlig kvantifierad deontisk logik följer $\exists x(Kx \wedge PTdx)$ ur $\forall x(Kx \rightarrow PTdx)$ om vi antar att det finns åtminstone en kaka ($\exists xKx$). I övrigt är de olika satserna logiskt oberoende av varandra, förutsatt att vi inte gör några särskilda antaganden. 1′ medför inte 2′; 2′ medför inte 3′ ; 3′ medför inte 4′; 4′ medför inte 3′; 3′ medför inte 2′; 2′ medför inte 1′ osv. Låt oss sammanfatta detta i ett teorem.

Teorem 1. (i) (3′) $\forall x(Kx \rightarrow PTdx)$ och $\exists xKx$ medför (1′) $\exists x(Kx \wedge PTdx)$. **(ii)** (1′) $\exists x(Kx \wedge PTdx)$, (2′) $P\exists x(Kx \wedge Tdx)$, (3′) $\forall x(Kx \rightarrow PTdx)$, och (4′) $P\forall x(Kx \rightarrow Tdx)$ är alla logiskt oberoende av varandra. Dvs. (1′) medför inte (2′) och (2′) medför inte (1′), (1′) medför inte (3′) och (3′) medför inte (1′), osv. Detta gäller i alla (”normala”) kvantifierade deontiska system om vi inte gör några särskilda antaganden.

Bevis. Lämnas till läsaren. ■

Vilken av dessa tolkningar är rimligast? Det tycks vara ganska uppenbart att ”Du får ta en kaka” inte betyder samma sak som ”Du får ta alla kakor”, det är möjligt att du får ta en kaka även om du inte får ta alla kakor. Däremot är det inte uppenbart huruvida ”Du får ta en kaka” betyder samma sak som 1′, 2′, eller 3′ eller om det finns någon semantisk skillnad mellan 1′ och 2′. Enligt mina intuitioner används ”Du får ta en kaka” ofta för att säga samma sak som ”Du får ta en kaka, vilken som helst”, en sats som i sin tur säger samma sak som ”Du får ta vilken kaka som helst”. Tolkning 1′ och 2′ är också möjliga, men ofta mindre intuitiva. Enligt 1′ finns det t.ex. en specifik kaka som du får ta. Detta medför inte att du får ta vilken kaka som helst.

Betrakta följande scenario. Antag att det finns 3 kakor på fatet: en syltkaka, en pepparkaka och en fruktkaka. Antag också att farmor säger: ”Du får ta en kaka, med du får inte ta syltkakan och du får inte ta fruktkakan”. Detta tycks inte vara inkonsistent, men är samtidigt ett underligt yttrande. Om farmor vill säga att du får ta pepparkakan, men ingen annan kaka, varför säger hon då inte bara ”Du får ta pepparkakan”? Mer generellt: antag att du får ta en kaka och att det innebär att det finns en specifik kaka som du får ta, samtidigt som det gäller att du inte får ta någon annan kaka. Då förefaller det vara mer naturligt att säga: ”Du får ta den där kakan”, och samtidigt peka på den kaka man menar, istället för ”Du får ta en kaka”.

Enligt denna tolkning säger alltså ”Du får ta en kaka” samma sak som ”Du får ta en kaka, vilken som helst” eller ”Du får ta vilken kaka som helst”. Detta kan också, något mer krystat, uttryckas på följande sätt: ”En kaka, vilken som helst, får du ta”, ”Vilken kaka som helst får du ta” eller ”En kaka får du ta”. Dessa satser kan symboliseras på följande sätt: $\forall x(Kx \rightarrow PTdx)$.

Mitt förslag går ut på att argument 1 (och analoga argument) kan symboliseras på liknande sätt. Argument 1 kan t.ex. ges följande läsning:

Argument 1′
Du får ta en bulle, vilken som helst, eller en syltmunk,
vilken som helst.
Alltså får du ta en bulle, vilken som helst, och du får ta en syltmunk,
vilken som helst.

Eller ekvivalent

Argument 1″
Du får ta vilken bulle eller (vilken) syltmunk som helst.
Alltså får du ta vilken bulle som helst och du får ta vilken syltmunk som helst.[4]

Följande symbolisering av argument 1 är naturlig givet denna tolkning.

$$\forall x((Bx \vee Sx) \rightarrow PTdx)$$
$$\forall x(Bx \rightarrow PTdx) \wedge \forall x(Sx \rightarrow PTdx)$$

Premissen kan läsas på följande vis: ”Det gäller för alla x att om x är en bulle eller (x är) en syltmunk, så är det tillåtet att du tar x”, och slutsatsen på följande vis: ”Det gäller för alla x att om x är en bulle så är det tillåtet att du tar x och det gäller för alla x att om x är en syltmunk så är det tillåtet att du

[4] Här följer ett par ”osmidiga” varianter, som emellertid blottlägger argumentets struktur bättre. Premiss: En bulle (vilken som helst) eller en syltmunk (vilken som helst) får du ta. Slutsats: Alltså, en bulle (vilken som helst) får du ta och en syltmunk (vilken som helst) får du ta. Eller. Premiss: Vilken bulle eller (vilken) syltmunk som helst får du ta. Slutsats: Alltså, vilken bulle som helst får du ta och vilken syltmunk som helst får du ta.

tar x”. Detta argument är giltigt av rent predikatlogiska skäl, vilket följande semantiska tablå bevisar.

$$
\begin{array}{c}
\forall x((Bx \lor Sx) \to PTdx),\ w_0t_0 \\
\neg(\forall x(Bx \to PTdx) \land \forall x(Sx \to PTdx)),\ w_0t_0 \\
\swarrow \qquad \searrow
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{r|l}
\neg\forall x(Bx \to PTdx),\ w_0t_0 & \neg\forall x(Sx \to PTdx),\ w_0t_0 \\
\exists x\neg(Bx \to PTdx),\ w_0t_0 & \exists x\neg(Sx \to PTdx),\ w_0t_0 \\
\neg(Bc \to PTdc),\ w_0t_0 & \neg(Sc \to PTdc),\ w_0t_0 \\
Bc,\ w_0t_0 & Sc,\ w_0t_0 \\
\neg PTdc,\ w_0t_0 & \neg PTdc,\ w_0t_0 \\
(Bc \lor Sc) \to PTdc,\ w_0t_0 & (Bc \lor Sc) \to PTdc,\ w_0t_0 \\
\swarrow \quad \searrow & \swarrow \quad \searrow
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{llll}
\neg(Bc \lor Sc),\ w_0t_0 & PTdc,\ w_0t_0 & \neg(Bc \lor Sc),\ w_0t_0 & PTdc,\ w_0t_0 \\
\neg Bc,\ w_0t_0 & * & \neg Bc,\ w_0t_0 & * \\
\neg Sc,\ w_0t_0 & & \neg Sc,\ w_0t_0 & \\
* & & * &
\end{array}
$$

Låt oss undersöka om den här typen av lösning kan generaliseras till ett antal andra varianter av argument 1. Antag att det bara finns *en* bulle och *en* syltmunk på fatet. Då tycks följande argument vara giltigt.

Argument 2
Du får ta bullen eller syltmunken.
Det följer att du får ta bullen och att du får ta syltmunken.

En naturlig symbolisering av detta argument i kvantifierad deontisk logik ser ut på följande sätt:

$$P(Tdb \lor Tds)$$
$$PTdb \land PTds$$

Där b refererar till bullen och s till syltmunken. Men detta argument är inte giltigt. Om vi däremot använder följande symbolisering, förhåller det sig annorlunda.

$$\forall x((x = b \lor x = s) \to PTdx)$$
$$PTdb \land PTds$$

Enligt denna tolkning säger premissen: ”Det gäller för alla x att om x är identisk med bullen eller (x är identisk) med syltmunken, så är det tillåtet att du tar x”. Detta argument är giltigt i SDL med predikatlogik, vilket bevisas av följande semantiska tablå.

$$
\begin{array}{c}
\forall x((x = b \lor x = s) \to PTdx), w_0t_0 \\
\neg(PTdb \land PTds), w_0t_0 \\
(b = b \lor b = s) \to PTdb, w_0t_0 \\
(s = b \lor s = s) \to PTds, w_0t_0 \\
\swarrow \qquad\qquad \searrow
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{llll}
\neg(b = b \lor b = s), w_0t_0 & & PTdb, w_0t_0 & \\
\neg b = b, w_0t_0 & & \swarrow & \searrow \\
\neg b = s, w_0t_0 & \neg(s = b \lor s = s), w_0t_0 & & PTds, w_0t_0 \\
* & \neg s = b, w_0t_0 & & sw_0w_1t_0 \\
 & \neg s = s, w_0t_0 & & Tdb, w_1t_0 \\
 & * & & sw_0w_2t_0 \\
 & & & Tds, w_2t_0 \\
 & & & \swarrow \qquad \searrow \\
 & & \neg PTdb, w_0t_0 & \neg PTds, w_0t_0 \\
 & & O\neg Tdb, w_0t_0 & O\neg Tds, w_0t_0 \\
 & & \neg Tdb, w_1t_0 & \neg Tds, w_2t_0 \\
 & & * & *
\end{array}
$$

Rent spontant kan symboliseringen av premissen i detta argument förefalla något långsökt. Men i ljuset av vår formalisering av argument 1, tycks den ändå vara ganska naturlig och ger ett intuitivt rimligt resultat.

Följande utvikning kanske också kan stödja denna uppfattning. Antag att det finns exakt en bulle på fatet och exakt en munk på fatet och ingenting annat. Hur uttrycker man att du får ta ett av dessa bakverk, men inte nödvändigtvis båda (om man vill undvika den otympliga satsen ”Det är tillåtet att du tar bullen och det är tillåtet att du tar munken”)? Det tycks finnas tre möjligheter.

1. Du får ta bullen och munken.
2. Du får ta bullen eller du får ta munken.
3. Du får ta bullen eller munken.

1 är för stark eftersom den innebär att du får ta både bullen och munken, och det är inte det vi menar. 2 är för svag eftersom den är förenlig med att du inte får ta bullen (och också med att det är förbjudet att du tar munken), även om den inte är förenlig med att det är förbjudet att du tar bullen *och* förbjudet att du tar munken. 3 tycks vara det enda alternativ som återstår. Men 3 antyder att fritt val tillåtelser har den logiska formen $P(A \lor B)$, vilket är problematiskt eftersom detta är ekvivalent med $PA \lor PB$. Men om resonemangen hittills är

korrekta, så kan innebörden av 3 tolkas på följande sätt: ”För vadhelst (som finns på fatet) som är identiskt antingen med bullen eller med munken gäller det att du får ta det”, eller: ”För varje x (som finns på fatet) sådant att x är identiskt med bullen eller med munken gäller det att det är tillåtet att du tar x”, vilket var precis vad vi ville uttrycka. ”Du får ta bullen eller munken, men inte båda” kan symboliseras på följande sätt: $\forall x((x = b \vee x = m) \rightarrow PTdx) \wedge \neg P(Tdb \wedge Tdm)$. Från detta följer $PTdm \wedge PTdb$. Men $PTdm \wedge PTdb$ medför inte $P(Tdb \wedge Tdm)$; $\{\forall x((x = b \vee x = m) \rightarrow PTdx) \wedge \neg P(Tdb \wedge Tdm)\}$ är konsistent.

Låt oss betrakta ytterligare ett exempel.

Argument 3 (Kamp (1973))
Du får gå till stranden eller på bio.
Alltså får du gå till stranden och du får gå på bio.

Jag föreslår att detta argument kan tolkas på två sätt beroende på om vi antar att ”stranden” och ”bio” refererar till en specifik strand och en specifik biograf eller ”generiskt” till någon strand och någon biograf. (I avsnitt 9 nämner jag ytterligare en tolkning.)

Argument 3′
Du får gå till stranden eller till biografen.
Alltså får du gå till stranden och du får gå till biografen.

Argument 3″
Du får gå till en strand eller till en biograf.
Alltså får du gå till en strand och du får gå till en biograf.

Låt Gxy stå för ”x går till y”, s referera till stranden, och b till biografen. Då kan argument 3′ symboliseras på följande sätt: Premiss: $\forall x((x = s \vee x = b) \rightarrow PGdx)$. Slutsats: $\forall x(x = s \rightarrow PGdx) \wedge \forall x(x = b \rightarrow PGdx)$. Premissen läses ”Det gäller för alla x att om x är lika med stranden eller (x är lika med) biografen, så är det tillåtet att du går till x”. Slutsatsen läses ”Det gäller för alla x att om x är identisk med stranden så är det tillåtet att du går till x och det gäller för alla x att om x är identisk med biografen så är det tillåtet att du går till x”.

Argument 3″ kan i sin tur tolkas på följande sätt:

Argument 3‴
Du får gå till en strand (vilken som helst) eller till en biograf (vilken som helst). Dvs. Du får gå till vilken strand som helst eller till vilken biograf som helst.

> Alltså får du gå till en strand, vilken som helst, och du får gå till en biograf, vilken som helst. Dvs. Du får gå till vilken strand som helst och du får gå till vilken biograf som helst.

Låt Sx stå för x är en strand, och Bx för x är en biograf. Då kan argument 3‴ symboliseras på följande sätt. Premiss: $\forall x((Sx \vee Bx) \rightarrow PGdx)$. Slutsats: $\forall x(Sx \rightarrow PGdx) \wedge \forall x(Bx \rightarrow PGdx)$. Premissen läses ”Det gäller för alla x att om x är en strand eller (x är) en biograf, så är det tillåtet att du går till x”. Slutsatsen läses ”Det gäller för alla x att om x är en strand så är det tillåtet att du går till x och det gäller för alla x att om x är en biograf så är det tillåtet att du går till x.

Det bör vid det här laget vara tämligen uppenbart hur denna typ av analys kan generaliseras.[5]

4. Problem 1: Tillbakadragna slutsatser

Låt oss nu undersöka några möjliga problem med denna lösning.

Betrakta följande scenario. Du befinner dig på en restaurang och har ätit färdigt huvudrätten. Servitrisen säger då: ”Du får ta en tårtbit eller en bakelse (till efterrätt). Men jag vet inte vilket, jag är ny här. Låt mig kolla med köket”. I den här situationen förefaller vi inte kunna dra slutsatsen att du får ta en tårtbit och att du får ta en bakelse från påståendet att du får ta en tårtbit eller en bakelse. Följande argument tycks alltså inte vara giltigt.

> Argument 4
> Du får ta en tårtbit eller en bakelse.
> Alltså får du ta en tårtbit och du får ta en bakelse.

Men om vi symboliserar detta argument på samma sätt som vi symboliserade argument 1, så blir resultatet giltigt. Följande formalisering av argument 4 är giltig. Premiss: $\forall x((Tx \vee Bx) \rightarrow PTdx)$. Slutsats: $\forall x(Tx \rightarrow PTdx) \wedge \forall x(Bx \rightarrow PTdx)$. Vad bör vi säga om den här invändningen mot vår analys?

Ett enkelt svar går ut på att vi bör symbolisera detta argument på ett sätt som tar hänsyn till den kontext i vilken premissen yttras, t.ex. på följande sätt. Premiss: $P(T \vee B)$ $[P(\exists x(Tx \wedge Tdx) \vee \exists x(Bx \wedge Tdx))]$, slutsats: $PT \wedge PB$

[5] Här följer emellertid en lista på ytterligare argument som tycks kunna symboliseras på liknande sätt. Du får skriva en uppsats om Hume eller (om) Kant. Alltså får du skriva en uppsats om Hume och du får skriva en uppsats om Kant (Hansson 2013). Du får skriva en uppsats om en tysk (filosof) eller en engelsk filosof. Alltså får du skriva en uppsats om en tysk filosof och du får skriva en uppsats om en engelsk filosof. Du får framföra en sång eller en dans. Alltså får du framföra en sång och du får framföra en dans. Du får ta ett äpple eller ett päron. Alltså får du ta ett äpple och du får ta ett päron (Merin 1992, van Rooy 2000, Schulz 2005b). Jane får besöka Henry eller Matilda. Alltså får Jane besöka Henry och Jane får besöka Matilda (Simons 2005).

$[P\exists x(Tx \wedge Tdx) \wedge P\exists x(Bx \wedge Tdx)]$, där T står för ”Du tar en tårtbit” och B står för ”Du tar en bakelse” [Tx: x är en tårtbit, Bx: x är en bakelse, Txy: x tar y]. Från $P(T \vee B)$ $[P(\exists x(Tx \wedge Tdx) \vee \exists x(Bx \wedge Tdx))]$ följer $PT \vee PB$ $[P\exists x(Tx \wedge Tdx) \vee P\exists x(Bx \wedge Tdx)]$ i SDL. Men $PT \wedge PB$ $[P\exists x(Tx \wedge Tdx) \wedge P\exists x(Bx \wedge Tdx)]$ är, som vi redan har påpekat, inte härledbar från $P(T \vee B)$ $[P(\exists x(Tx \wedge Tdx) \vee \exists x(Bx \wedge Tdx))]$. Enligt denna tolkning är argument 4 inte giltigt. Däremot kan vi sluta oss till att det är tillåtet att du tar en tårtbit eller tillåtet att du tar en bakelse. Och detta tycks stämma väl överens med våra intuitioner. Dvs. vi tycks kunna sluta oss till att det är tillåtet att du tar en tårtbit eller tillåtet att du tar en bakelse i vårt scenario, men inte att det är tillåtet att du tar en tårtbit och att det är tillåtet att du tar en bakelse.

Vissa problem kvarstår dock. Hur vet vi t.ex. när vi skall symbolisera ett argument på det ena eller det andra sättet? Kan vi säga något om detta?

Låt oss gå tillbaka till satserna 1-4 och se hur dessa skulle kunna symboliseras i ett kvantifierat temporalt aletiskt-deontiskt system där vi antar att det förflutna och nuet är determinerat, men där framtiden kan vara öppen. I ett sådant system rör alla praktiska normer framtiden (se Rönnedal (2012)). $\underline{F}$ är en satsoperator som läses ”Det kommer någon gång i framtiden vara fallet att”. Då formaliserar vi 1-4 på följande sätt.

1″. $\exists x(Kx \wedge P\underline{F}Tdx)$. Det finns ett x sådant att x är en kaka och det är tillåtet att du tar x (någon gång i framtiden).
2″. $P\exists x(Kx \wedge \underline{F}Tdx)$. Det är tillåtet att det finns ett x sådant att x är en kaka och du tar x (någon gång i framtiden).
3″. $\forall x(Kx \rightarrow P\underline{F}Tdx)$. Det gäller för alla x att om x är en kaka, så är det tillåtet att du tar x (någon gång i framtiden).
4″. $P\forall x(Kx \rightarrow \underline{F}Tdx)$. Det är tillåtet att det gäller för alla x att om x är en kaka, så tar du x (någon gång i framtiden).

Och dessa satser är i ett sådant system inte helt logiskt oberoende av varandra. Tvärt om, man kan notera flera intressanta implikationer. Låt oss sammanfatta dessa i ett teorem.

Teorem 2. **(i)** (1″) $\exists x(Kx \wedge P\underline{F}Tdx)$ och (2″) $P\exists x(Kx \wedge \underline{F}Tdx)$ är logiskt ekvivalenta. **(ii)** (3″) $\forall x(Kx \rightarrow P\underline{F}Tdx)$ medför (1″) $\exists x(Kx \wedge P\underline{F}Tdx)$ och (2″) $P\exists x(Kx \wedge \underline{F}Tdx)$ givet att det finns åtminstone ett K. **(iii)** (4″) $P\forall x(Kx \rightarrow \underline{F}Tdx)$ medför (3″) $\forall x(Kx \rightarrow P\underline{F}Tdx)$. **(iv)** (4″) $P\forall x(Kx \rightarrow \underline{F}Tdx)$ medför (1″) $\exists x(Kx \wedge P\underline{F}Tdx)$ och (2″) $P\exists x(Kx \wedge \underline{F}Tdx)$ om det finns åtminstone ett K. **(v)** Varken (1″) $\exists x(Kx \wedge P\underline{F}Tdx)$ eller (2″) $P\exists x(Kx \wedge \underline{F}Tdx)$ medför (3″) $\forall x(Kx \rightarrow P\underline{F}Tdx)$. **(vi)** Det är inte fallet att (3″) $\forall x(Kx \rightarrow P\underline{F}Tdx)$ medför (4″) $P\forall x(Kx \rightarrow \underline{F}Tdx)$. **(vii)** Det är varken fallet att (1″) $\exists x(Kx \wedge P\underline{F}Tdx)$ eller (2″) $P\exists x(Kx \wedge \underline{F}Tdx)$ medför (4″) $P\forall x(Kx \rightarrow \underline{F}Tdx)$.

Bevis. Jag skall gå igenom några av dessa punkter. **(i)** Vi visar att $P\exists x(Kx \wedge \underline{F}Tdx)$ och $\exists x(Kx \wedge P\underline{F}Tdx)$ är ekvivalenta genom att först bevisa att $P\exists x(Kx \wedge \underline{F}Tdx)$ medför $\exists x(Kx \wedge P\underline{F}Tdx)$ och sedan att $\exists x(Kx \wedge P\underline{F}Tdx)$ medför $P\exists x(Kx \wedge \underline{F}Tdx)$.

$$\begin{array}{c}
P\exists x(Kx \wedge \underline{F}Tdx),\ w_0t_0 \\
\neg\exists x(Kx \wedge P\underline{F}Tdx),\ w_0t_0 \\
\forall x\neg(Kx \wedge P\underline{F}Tdx),\ w_0t_0 \\
sw_0w_1t_0 \\
\exists x(Kx \wedge \underline{F}Tdx),\ w_1t_0 \\
rw_0w_1t_0 \\
Kc \wedge \underline{F}Tdc,\ w_1t_0 \\
Kc,\ w_1t_0 \\
\underline{F}Tdc,\ w_1t_0 \\
\neg(Kc \wedge P\underline{F}Tdc),\ w_0t_0 \\
\swarrow \qquad \searrow
\end{array}$$

$$\begin{array}{cc}
\neg Kc,\ w_0t_0 & \neg P\underline{F}Tdc,\ w_0t_0 \\
Kc,\ w_0t_0 & O\neg\underline{F}Tdc,\ w_0t_0 \\
* & \neg\underline{F}Tdc,\ w_1t_0 \\
 & *
\end{array}$$

Följande semantiska tablå bevisar att $\exists x(Kx \wedge P\underline{F}Tdx)$ medför $P\exists x(Kx \wedge \underline{F}Tdx)$.

$$\begin{array}{c}
\exists x(Kx \wedge P\underline{F}Tdx),\ w_0t_0 \\
\neg P\exists x(Kx \wedge \underline{F}Tdx),\ w_0t_0 \\
O\neg\exists x(Kx \wedge \underline{F}Tdx),\ w_0t_0 \\
Kc \wedge P\underline{F}Tdc,\ w_0t_0 \\
Kc,\ w_0t_0 \\
P\underline{F}Tdc,\ w_0t_0 \\
sw_0w_1t_0 \\
\underline{F}Tdc,\ w_1t_0 \\
rw_0w_1t_0 \\
\neg\exists x(Kx \wedge \underline{F}Tdx),\ w_1t_0 \\
\forall x\neg(Kx \wedge \underline{F}Tdx),\ w_1t_0 \\
\neg(Kc \wedge \underline{F}Tdc),\ w_1t_0 \\
\swarrow \qquad \searrow
\end{array}$$

$$\begin{array}{cc}
\neg Kc,\ w_1t_0 & \neg\underline{F}Tdc,\ w_1t_0 \\
Kc,\ w_1t_0 & * \\
* &
\end{array}$$

(ii) Låt oss bevisa att $\forall x(Kx \rightarrow P\underline{F}Tdx)$ och $\exists xKx$ medför $\exists x(Kx \wedge P\underline{F}Tdx)$. Det är enkelt att se att denna härledning är giltig av rent predikatlogiska skäl. Eftersom $P\exists x(Kx \wedge \underline{F}Tdx)$ är ekvivalent med $\exists x(Kx \wedge P\underline{F}Tdx)$ följer det omedelbart att $\forall x(Kx \rightarrow P\underline{F}Tdx)$ och $\exists xKx$ också medför $P\exists x(Kx \wedge \underline{F}Tdx)$. Detta bevis kräver inga särskilda antaganden.

$\exists xKx, w_0t_0$
$\forall x(Kx \rightarrow P\underline{F}Tdx), w_0t_0$
$\neg\exists x(Kx \wedge P\underline{F}Tdx), w_0t_0$
$\forall x\neg(Kx \wedge P\underline{F}Tdx), w_0t_0$
Kc, w_0t_0
$Kc \rightarrow P\underline{F}Tdc, w_0t_0$
$\neg(Kc \wedge P\underline{F}Tdc), w_0t_0$
$\swarrow \quad \searrow$
$\neg Kc, w_0t_0$ $\quad\quad$ $P\underline{F}Tdc, w_0t_0$
* $\quad\quad$ $\swarrow \quad \searrow$
$\neg Kc, w_0t_0$ $\quad\quad$ $\neg P\underline{F}Tdc, w_0t_0$
* $\quad\quad$ *

(iii) Följande semantiska tablå bevisar att $P\forall x(Kx \rightarrow \underline{F}Tdx)$ medför $\forall x(Kx \rightarrow P\underline{F}Tdx)$.

$P\forall x(Kx \rightarrow \underline{F}Tdx), w_0t_0$
$\neg\forall x(Kx \rightarrow P\underline{F}Tdx), w_0t_0$
$\exists x\neg(Kx \rightarrow P\underline{F}Tdx), w_0t_0$
$\neg(Kc \rightarrow P\underline{F}Tdc), w_0t_0$
Kc, w_0t_0
$\neg P\underline{F}Tdc, w_0t_0$
$O\neg\underline{F}Tdc, w_0t_0$
$sw_0w_1t_0$
$\forall x(Kx \rightarrow \underline{F}Tdx), w_1t_0$
$rw_0w_1t_0$
$Kc \rightarrow \underline{F}Tdc, w_1t_0$
$\swarrow \quad \searrow$
$\neg Kc, w_1t_0$ $\quad\quad$ $\underline{F}Tdc, w_1t_0$
Kc, w_1t_0 $\quad\quad$ $\neg\underline{F}Tdc, w_1t_0$
* $\quad\quad$ *

(iv) Eftersom $\forall x(Kx \rightarrow P\underline{F}Tdx)$ och $\exists xKx$ medför både $P\exists x(Kx \wedge \underline{F}Tdx)$ och $\exists x(Kx \wedge P\underline{F}Tdx)$ följer det omedelbart (från steg (iii)) att $P\forall x(Kx \rightarrow \underline{F}Tdx)$ och $\exists xKx$ medför både $P\exists x(Kx \wedge \underline{F}Tdx)$ och $\exists x(Kx \wedge P\underline{F}Tdx)$. ■

Det gäller alltså (i dessa system) att ”Du får ta alla kakor” är starkare än ”Du får ta vilken kaka som helst”, och att ”Du får ta vilken kaka som helst” är starkare än ”Du får ta en kaka” (då denna sats tolkas som 1″ eller 2″) och vi antar att det finns åtminstone en kaka.

Vad har nu dessa fakta med fritt val tillåtelser paradoxen att göra och vårt nuvarande problem med den analys jag har föreslagit?

Eftersom ”Du får ta vilken kaka som helst” är starkare än ”Du får ta en kaka” tolkad som 1″ eller 2″ (givet att det finns åtminstone en kaka), är det naturligt att börja med att tolka ”Du får ta en kaka” som ”Du får ta en kaka, vilken som helst”, dvs. ”Du får ta vilken kaka som helst”. Men detta kan dras tillbaka i vissa kontexter. Om någon säger ”Du får ta en kaka, men jag vet inte vilken” är det rimligt att tolka denna sats som 1″ eller 2″.

Likadant tycks det förhålla sig i vårt scenario. Antag att vår nya servitris säger ”Du får ta en tårtbit eller en bakelse (till efterrätt). Men jag vet inte vilket, jag är ny här. Låt mig kolla med köket”. Då tycks det vara rimligt att symbolisera ”Du får ta en tårtbit eller en bakelse på följande sätt $P(\exists x(Tx \wedge \underline{F}Tdx) \vee \exists y(By \wedge \underline{F}Tdy))$ och inte som $\forall x((Tx \vee Bx) \rightarrow P\underline{F}Tdx)$.

Ett potentiellt problem med denna tolkning är dock att servitrisen kanske inte enbart vill säga att det finns en särskild tårtbit eller en särskild bakelse som det är tillåtet att ta, utan att det antingen är tillåtet att du tar vilken tårtbit som helst eller tillåtet att du tar vilken bakelse som helst.

Men om detta är fallet, kan vi helt enkelt tolka ”Du får ta en tårtbit eller en bakelse” som ett elliptiskt uttryck, dvs. som en förkortning av ”Du får ta en tårtbit eller också får du ta en bakelse”, vilket i detta fall säger samma sak som ”Du får ta vilken tårtbit som helst eller också får du ta vilken bakelse som helst”.

Den här invändningen mot vår analys tycks alltså kunna bemötas. Låt oss nu istället undersöka (vad som förefaller vara) en allvarligare invändning.

5. Problem 2: Inget fritt val

”Du får ta vilken kaka som helst” medför att du får ta kaka 1, att du får ta kaka 2, att du får ta kaka 3… osv. Detta utesluter inte att det är obligatoriskt att du tar alla kakor. ”Det är obligatoriskt att du tar alla kakor” medför att det är obligatoriskt att du tar kaka 1, att det är obligatoriskt att du tar kaka 2, att det är obligatoriskt att du tar kaka 3… osv. Men om det är obligatoriskt att du tar alla kakor, så tycks du inte ha något (moraliskt) fritt val. Du är inte fri att välja bland kakorna. Att använda $\forall x(Kx \rightarrow PTdx)$ som en symbolisering av en fritt val tillåtelse tycks därför inte vara helt tillfredsställande. Att det gäller för varje kaka att du får ta den garanterar inte att du är (moraliskt) fri att välja bland kakorna.

Hur skall man ställa sig till detta problem?

6. Lösningsförslag 2

Jag har hittills använt operatorn P för att uttrycka att någonting är tillåtet. En anledning är att detta angreppssätt dominerar i litteraturen om (FVT) paradoxen. Ett annat skäl är att det torde vara lättare att förstå följande lösningsförslag om man först har gått igenom det första något enklare förslaget. (Se också avsnitt 8 för ytterligare en möjlig anledning.) Mitt andra lösningsförslag bygger på att det ofta är naturligare att använda operatorn K (deontisk kontingens) än P i symboliseringen av fritt val tillåtelser. K kan definieras i termer av P på följande sätt: $KA \leftrightarrow (PA \wedge P\neg A)$. KA läses ”Det är deontiskt kontingent att A”, ”A är frivillig”, ”Det är ett fritt val huruvida A eller ej”, ”Det är tillåtet [i den meningen att det är ett fritt val] att A”…

Antag att en lärare säger till sina elever: ”Lektionen är frivillig” eller ”Du får fritt välja om du skall gå på lektionen eller inte”. För att symbolisera denna tillåtelse är det naturligt att använda K. ”Lektionen är frivillig” tycks kunna användas för att säga samma sak som ”Du får fritt välja om du skall gå på lektionen eller inte”, som förefaller säga samma sak som ”Det är tillåtet att du går på lektionen och det är tillåtet att du inte går på lektionen”. Antag att G står för ”Du går på lektionen”. Då symboliseras ”Du får fritt välja om du skall gå på lektionen eller ej” på följande sätt: KG. KG medför $PG \wedge P\neg G$ och $PG \wedge P\neg G$ medför KG. Detta är intuitivt rimligt. Följande argument tycks t.ex. vara giltiga.

> Du får fritt välja om du skall gå på lektionen eller inte. Alltså, det är tillåtet att du går på lektionen och det är tillåtet att du inte går på lektionen.

> Det är tillåtet att du går på lektionen och det är tillåtet att du inte går på lektionen. Alltså, du får fritt välja om du skall gå på lektionen eller inte.

PG är förenlig med OG, dvs. det är tillåtet att du går på lektionen är förenligt med att det är obligatoriskt att du går på lektionen. Att använda P för att symbolisera ”Lektionen är frivillig” eller ”Du får fritt välja om du skall gå på lektionen eller inte” är därför suspekt. Följande yttrande är märkligt: ”Lektionen är frivillig, men ni måste gå på den” och om en lärare sa detta till sina elever skulle de nog ha svårt att förstå vad hon egentligen menade. ”Det är tillåtet att ni går på lektionen… Faktum är att det är obligatoriskt” tycks däremot kunna uttrycka ett påstående som är sant.

Ibland tycks det också vara rimligt att använda K för att symbolisera satser som innehåller ord som ”får”, ”tillåtet” och liknande. Återigen, antag att du är hos din farmor och farfar och att farmor sträcker fram ett fat fyllt med en massa bullar och samtidigt säger ”Du får ta en bulle”. En möjlig symbolisering av denna sats som använder K skulle kunna se ut på följande sätt: $\forall x(Bx \rightarrow K\underline{F}Tdx) = \forall x(Bx \rightarrow (P\underline{F}Tdx \wedge P\neg\underline{F}Tdx))$. Denna formella sats läses ”För varje bulle [på fatet] gäller det att det är tillåtet att du tar den (någon gång i framtiden) och att det är tillåtet att du inte tar den (någon gång i framtiden)” eller ”För varje x gäller det att om x är en bulle [på fatet], så är det tillåtet att du tar x (någon gång i framtiden) och det är tillåtet att du inte tar x (någon gång i framtiden)”. $\forall x(Bx \rightarrow (P\underline{F}Tdx \wedge P\neg\underline{F}Tdx))$ är ekvivalent med $\forall x(Bx \rightarrow P\underline{F}Tdx) \wedge \forall x(Bx \rightarrow P\neg\underline{F}Tdx)$, som läses ”Det gäller för varje x att om x är en bulle så är det tillåtet att du tar x (någon gång i framtiden) och det gäller för alla x att om x är en bulle så är det tillåtet att du inte tar x (någon gång i framtiden)”, dvs. det är tillåtet att du tar vilken bulle som helst och det är tillåtet att du låter bli att ta vilken bulle som helst. Om vi symboliserar ”Du får ta en bulle” på detta sätt och antar att det finns åtminstone en bulle, så utesluter det att det är obligatoriskt att du tar alla bullar. Det här kommer mycket nära vad vi ofta avser med en fritt val tillåtelse tror jag.

Vi visar nu att $\exists xBx$ och $\forall x(Bx \rightarrow P\neg\underline{F}Tdx)$ medför $\neg O\forall x(Bx \rightarrow \underline{F}Tdx)$. Det är lätt att se att det följer att $\exists xBx$ och $\forall x(Bx \rightarrow K\underline{F}Tdx)$ medför $\neg O\forall x(Bx \rightarrow \underline{F}Tdx)$. Med andra ord, om vi antar att det finns åtminstone en bulle och det gäller för varje bulle att du fritt får välja om du skall ta den eller inte, så är det inte obligatoriskt att du tar alla bullar.

$$\exists xBx,\ w_0t_0$$
$$\forall x(Bx \rightarrow P\neg\underline{F}Tdx),\ w_0t_0$$
$$\neg\neg O\forall x(Bx \rightarrow \underline{F}Tdx),\ w_0t_0$$
$$O\forall x(Bx \rightarrow \underline{F}Tdx),\ w_0t_0$$
$$Bc,\ w_0t_0$$
$$Bc \rightarrow P\neg\underline{F}Tdc,\ w_0t_0$$
$$\swarrow \qquad \searrow$$
$$\neg Bc,\ w_0t_0 \qquad\qquad P\neg\underline{F}Tdc,\ w_0t_0$$
$$* \qquad\qquad sw_0w_1t_0$$
$$\neg\underline{F}Tdc,\ w_1t_0$$
$$rw_0w_1t_0$$
$$\forall x(Bx \rightarrow \underline{F}Tdx),\ w_1t_0$$
$$Bc \rightarrow \underline{F}Tdc,\ w_1t_0$$
$$\swarrow \qquad \searrow$$
$$\neg Bc,\ w_1t_0 \qquad\qquad \underline{F}Tdc,\ w_1t_0$$
$$Bc,\ w_1t_0 \qquad\qquad *$$
$$*$$

Betrakta på nytt satserna 1-4. Om vi använder K istället för P för att symbolisera dessa satser kan vi formalisera 1-4 på följande sätt.

$1'''$. $\exists x(Kx \wedge K\underline{F}Tdx)$ [$\Leftrightarrow \exists x(Kx \wedge (P\underline{F}Tdx \wedge P\neg\underline{F}Tdx))$]. $1'''$ läses ”Det finns ett x sådant att x är en kaka och det är tillåtet att det någon gång i framtiden kommer att vara fallet att du tar x och det är tillåtet att det inte är fallet att det någon gång i framtiden kommer att vara fallet att du tar x”, eller, förenklat, ”Det finns en kaka sådan att du fritt får välja om du skall ta den eller inte (någon gång i framtiden)”.
$2'''$. $K\exists x(Kx \wedge \underline{F}Tdx)$ [$\Leftrightarrow P\exists x(Kx \wedge \underline{F}Tdx) \wedge P\neg\exists x(Kx \wedge \underline{F}Tdx)$]. $2'''$ läses ”Det är tillåtet att det finns ett x sådant att x är en kaka och det kommer någon gång i framtiden vara fallet att du tar x och det är tillåtet att det inte är fallet att det finns ett x sådant att x är en kaka och det kommer någon gång i framtiden vara fallet att du tar x”. Förenklat kan detta uttryckas ”Du får fritt välja om du skall ta en kaka eller inte (någon gång i framtiden)”.
$3'''$. $\forall x(Kx \rightarrow K\underline{F}Tdx)$ [$\Leftrightarrow \forall x(Kx \rightarrow (P\underline{F}Tdx \wedge P\neg\underline{F}Tdx))$]. $3'''$ läses ”Det gäller för alla x att om x är en kaka, så är det tillåtet att det någon gång i framtiden kommer vara fallet att du tar x och det är tillåtet att det inte är fallet att det någon gång i framtiden kommer vara fallet att du tar x”. $3'''$ kan också, förenklat, läsas på följande sätt ”För varje kaka gäller det att du fritt får välja om du skall ta den eller inte (någon gång i framtiden)”.
$4'''$. $K\forall x(Kx \rightarrow \underline{F}Tdx)$ [$\Leftrightarrow P\forall x(Kx \rightarrow \underline{F}Tdx) \wedge P\neg\forall x(Kx \rightarrow \underline{F}Tdx)$]. $4'''$ tolkas på följande sätt ”Det är tillåtet att det gäller för alla x att om x är en kaka, så kommer det någon gång i framtiden vara fallet att du tar x och det är tillåtet att det inte är fallet att det gäller för alla x att om x är en kaka, så kommer det någon gång i framtiden vara fallet att du tar x”. Förenklat kan detta uttryckas ”Du får fritt välja om du skall ta alla kakor eller inte (någon gång i framtiden)”.

Notera att det inte är fallet att $1'''$ och $2'''$ är logiskt ekvivalenta och att det inte är fallet att $4'''$ är starkare än $3'''$. Däremot finns det flera andra intressanta relationer mellan dessa formler och mellan dessa formler och tidigare symboliseringar av 1-4. Låt oss sammanfatta några av dessa i ett par teorem.

Teorem 3. **(i)** ($3'''$) $\forall x(Kx \rightarrow K\underline{F}Tdx)$ och $\exists xKx$ medför ($1'''$) $\exists x(Kx \wedge K\underline{F}Tdx)$. **(ii)** ($3'''$) $\forall x(Kx \rightarrow K\underline{F}Tdx)$, som per definition är ekvivalent med $\forall x(Kx \rightarrow (P\underline{F}Tdx \wedge P\neg\underline{F}Tdx))$, är logiskt ekvivalent med $\forall x(Kx \rightarrow P\underline{F}Tdx) \wedge \forall x(Kx \rightarrow P\neg\underline{F}Tdx)$. **(iii)** ($3'''$) $\forall x(Kx \rightarrow K\underline{F}Tdx)$ medför ($3''$) $\forall x(Kx \rightarrow P\underline{F}Tdx)$. **(iv)** ($2'''$) $K\exists x(Kx \wedge \underline{F}Tdx)$ medför ($1'''$) $\exists x(Kx \wedge K\underline{F}Tdx)$. **(v)** ($4''$) $P\forall x(Kx \rightarrow \underline{F}Tdx)$ och $P\neg\exists x(Kx \wedge \underline{F}Tdx)$ medför ($3'''$) $\forall x(Kx \rightarrow K\underline{F}Tdx)$. **(vi)** $P\forall x(Kx \rightarrow \underline{F}Tdx) \wedge \neg O\exists x(Kx \wedge \underline{F}Tdx)$ medför ($3'''$) $\forall x(Kx \rightarrow K\underline{F}Tdx)$. **(vii)** $P\forall x(Kx \rightarrow Tdx) \wedge P\forall x(Kx \rightarrow \neg Tdx)$ medför ($3'''$) $\forall x(Kx \rightarrow K\underline{F}Tdx)$.

(viii) $(4''')$ $K\forall x(Kx \rightarrow \underline{F}Tdx)$ och $K\neg\exists x(Kx \wedge \underline{F}Tdx)$ medför $(3''')$ $\forall x(Kx \rightarrow K\underline{F}Tdx)$. **(ix)** $(1''')$ $\exists x(Kx \wedge K\underline{F}Tdx)$ medför $(1'')$ $\exists x(Kx \wedge P\underline{F}Tdx)$.

Bevis. Låt oss bevisa några av dessa punkter. **(i)** $(3''')$ $\forall x(Kx \rightarrow K\underline{F}Tdx)$ och $\exists xKx$ medför $(1''')$ $\exists x(Kx \wedge K\underline{F}Tdx)$. Dvs. följande argument är giltigt. Det gäller för varje kaka att du fritt får välja om du skall ta den eller inte (någon gång i framtiden). Det finns åtminstone en kaka. Alltså finns det en kaka som du fritt får välja om du skall ta eller inte (någon gång i framtiden). Detta argument är giltigt av rent predikatlogiska skäl. Notera att $\forall x(Kx \rightarrow K\underline{F}Tdx)$ per definition är ekvivalent med $\forall x(Kx \rightarrow (P\underline{F}Tdx \wedge P\neg\underline{F}Tdx))$ och att $\exists x(Kx \wedge K\underline{F}Tdx)$ per definition är ekvivalent med $\exists x(Kx \wedge (P\underline{F}Tdx \wedge P\neg\underline{F}Tdx))$. Alltså är också följande argument giltigt. För varje kaka gäller det att det är tillåtet att du tar den (någon gång i framtiden) och att det är tillåtet att du inte tar den (någon gång i framtiden). Alltså finns det en kaka sådan att det är tillåtet att du tar den (någon gång i framtiden) och det är tillåtet att du inte tar den (någon gång i framtiden). Jag har använt mig av dessa fakta i steg 4 och 5 i nedanstående semantiska tablå.

$$
\begin{array}{c}
\exists xKx,\ w_0t_0 \\
\forall x(Kx \rightarrow K\underline{F}Tdx),\ w_0t_0 \\
\neg\exists x(Kx \wedge K\underline{F}Tdx),\ w_0t_0 \\
\forall x(Kx \rightarrow (P\underline{F}Tdx \wedge P\neg\underline{F}Tdx)),\ w_0t_0 \\
\neg\exists x(Kx \wedge (P\underline{F}Tdx \wedge P\neg\underline{F}Tdx)),\ w_0t_0 \\
\forall x\neg(Kx \wedge (P\underline{F}Tdx \wedge P\neg\underline{F}Tdx)),\ w_0t_0 \\
Kc,\ w_0t_0 \\
Kc \rightarrow (P\underline{F}Tdc \wedge P\neg\underline{F}Tdc),\ w_0t_0 \\
\neg(Kc \wedge (P\underline{F}Tdc \wedge P\neg\underline{F}Tdc)),\ w_0t_0 \\
(P\underline{F}Tdc \wedge P\neg\underline{F}Tdc),\ w_0t_0 \\
\swarrow \qquad\qquad\qquad \searrow \\
\begin{array}{cc}
\neg Kc,\ w_0t_0 & \neg(P\underline{F}Tdc \wedge P\neg\underline{F}Tdc),\ w_0t_0 \\
* & *
\end{array}
\end{array}
$$

(ii) $(3''')$ $\forall x(Kx \rightarrow K\underline{F}Tdx)$ är per definition ekvivalent med $\forall x(Kx \rightarrow (P\underline{F}Tdx \wedge P\neg\underline{F}Tdx))$, och denna sats är logiskt ekvivalent med $\forall x(Kx \rightarrow P\underline{F}Tdx) \wedge \forall x(Kx \rightarrow P\neg\underline{F}Tdx)$, vilket vi kan bevisa med hjälp av vanliga predikatlogiska regler. Detta innebär att ”Det gäller för varje kaka att du fritt får välja om du skall ta den eller inte (någon gång i framtiden)” är ekvivalent med ”Det gäller för varje x att om x är en kaka så är det tillåtet att du tar x (någon gång i framtiden) och det gäller för varje x att om x är en kaka så är det tillåtet att du inte tar x (någon gång i framtiden)”.

(iii) $(3''')$ $\forall x(Kx \rightarrow K\underline{F}Tdx)$ medför $(3'')$ $\forall x(Kx \rightarrow P\underline{F}Tdx)$. Detta följer omedelbart ifrån steg (ii) ovan. Däremot gäller inte det omvända, dvs. det är inte fallet att $(3'')$ medför $(3''')$. $(3''')$ är alltså starkare än $(3'')$.

(iv) (2‴) $K\exists x(Kx \wedge \underline{F}Tdx)$ medför (1‴) $\exists x(Kx \wedge K\underline{F}Tdx)$. Dvs. följande argument är giltigt. Du får fritt välja om du skall ta en kaka eller inte (någon gång i framtiden). Alltså finns det en kaka som du fritt får välja om du skall ta eller inte (någon gång i framtiden).

Nedan visar vi att det omvända inte gäller (se teorem 4). Dvs. det är inte fallet att (1‴) medför (2‴). (2‴) är alltså starkare än (1‴).

Notera att $K\exists x(Kx \wedge \underline{F}Tdx)$ per definition är ekvivalent med $P\exists x(Kx \wedge \underline{F}Tdx) \wedge P\neg\exists x(Kx \wedge \underline{F}Tdx)$, och att $\exists x(Kx \wedge K\underline{F}Tdx)$ per definition är ekvivalent med $\exists x(Kx \wedge (P\underline{F}Tdx \wedge P\neg\underline{F}Tdx))$. Jag använder mig av dessa fakta i steg 1, 2 och 3 i nedanstående semantiska tablå.

$$
\begin{array}{c}
P\exists x(Kx \wedge \underline{F}Tdx),\ w_0t_0 \\
P\neg\exists x(Kx \wedge \underline{F}Tdx),\ w_0t_0 \\
\neg\exists x(Kx \wedge (P\underline{F}Tdx \wedge P\neg\underline{F}Tdx)),\ w_0t_0 \\
\forall x\neg(Kx \wedge (P\underline{F}Tdx \wedge P\neg\underline{F}Tdx)),\ w_0t_0 \\
sw_0w_1t_0 \\
\exists x(Kx \wedge \underline{F}Tdx),\ w_1t_0 \\
rw_0w_1t_0 \\
Kc \wedge \underline{F}Tdc,\ w_1t_0 \\
Kc,\ w_1t_0 \\
\underline{F}Tdc,\ w_1t_0 \\
Kc,\ w_0t_0 \\
sw_0w_2t_0 \\
\neg\exists x(Kx \wedge \underline{F}Tdx),\ w_2t_0 \\
rw_0w_2t_0 \\
\forall x\neg(Kx \wedge \underline{F}Tdx),\ w_2t_0 \\
Kc,\ w_2t_0 \\
\neg(Kc \wedge (P\underline{F}Tdc \wedge P\neg\underline{F}Tdc)),\ w_0t_0 \\
\swarrow \qquad\qquad \searrow
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{cc}
\begin{array}{c} \neg Kc,\ w_0t_0 \\ * \end{array} &
\begin{array}{c}
\neg(P\underline{F}Tdc \wedge P\neg\underline{F}Tdc),\ w_0t_0 \\
\swarrow \qquad\qquad \searrow \\
\begin{array}{cc}
\begin{array}{c}
\neg P\underline{F}Tdc,\ w_0t_0 \\
O\neg\underline{F}Tdc,\ w_0t_0 \\
\neg\underline{F}Tdc,\ w_1t_0 \\
*
\end{array} &
\begin{array}{c}
\neg P\neg\underline{F}Tdc,\ w_0t_0 \\
O\neg\neg\underline{F}Tdc,\ w_0t_0 \\
\neg\neg\underline{F}Tdc,\ w_2t_0 \\
\neg(Kc \wedge \underline{F}Tdc),\ w_2t_0 \\
\swarrow \qquad\qquad \searrow \\
\begin{array}{cc}
\begin{array}{c} \neg Kc,\ w_2t_0 \\ * \end{array} &
\begin{array}{c} \neg\underline{F}Tdc,\ w_2t_0 \\ * \end{array}
\end{array}
\end{array}
\end{array}
\end{array}
\end{array}
$$

(v) (4″) $P\forall x(Kx \rightarrow \underline{F}Tdx)$ och $P\neg\exists x(Kx \wedge \underline{F}Tdx)$ medför (3‴) $\forall x(Kx \rightarrow K\underline{F}Tdx)$. $\forall x(Kx \rightarrow K\underline{F}Tdx)$ är ekvivalent med $\forall x(Kx \rightarrow (P\underline{F}Tdx \wedge P\neg\underline{F}Tdx))$. Så för att visa (v) räcker det med att visa att premisserna medför

$\forall x(Kx \to (P\underline{F}Tdx \land P\neg\underline{F}Tdx))$. Detta innebär att följande argument är giltigt. Det är tillåtet att du tar alla kakor och det är tillåtet att du inte tar någon kaka alls. Alltså gäller det för varje kaka att du får ta den eller inte. Lite mer exakt, men något osmidigare, kan detta uttryckas på följande sätt. Det är tillåtet att det gäller för varje x att om x är en kaka, så kommer det någon gång i framtiden vara fallet att du tar x. Det är tillåtet att det inte finns något x sådant att x är en kaka och det kommer någon gång i framtiden vara fallet att du tar x. Alltså gäller det för varje x att om x är en kaka, så är det tillåtet att du någon gång i framtiden tar x och det är tillåtet att det inte är fallet att du någon gång i framtiden tar x.

$$\begin{array}{c}
P\forall x(Kx \to \underline{F}Tdx), w_0t_0 \\
P\neg\exists x(Kx \land \underline{F}Tdx), w_0t_0 \\
\neg\forall x(Kx \to (P\underline{F}Tdx \land P\neg\underline{F}Tdx)), w_0t_0 \\
\exists x\neg(Kx \to (P\underline{F}Tdx \land P\neg\underline{F}Tdx)), w_0t_0 \\
\neg(Kc \to (P\underline{F}Tdc \land P\neg\underline{F}Tdc)), w_0t_0 \\
Kc, w_0t_0 \\
\neg(P\underline{F}Tdc \land P\neg\underline{F}Tdc), w_0t_0 \\
sw_0w_1t_0 \\
\forall x(Kx \to \underline{F}Tdx), w_1t_0 \\
Kc \to \underline{F}Tdc, w_1t_0 \\
rw_0w_1t_0 \\
Kc, w_1t_0 \\
\underline{F}Tdc, w_1t_0 \\
sw_0w_2t_0 \\
\neg\exists x(Kx \land \underline{F}Tdx), w_2t_0 \\
\forall x\neg(Kx \land \underline{F}Tdx), w_2t_0 \\
rw_0w_2t_0 \\
Kc, w_2t_0 \\
\swarrow \qquad\qquad \searrow \\
\begin{array}{cc}
\begin{array}{c}
\neg P\underline{F}Tdc, w_0t_0 \\
O\neg\underline{F}Tdc, w_0t_0 \\
\neg\underline{F}Tdc, w_1t_0 \\
*
\end{array}
&
\begin{array}{c}
\neg P\neg\underline{F}Tdc, w_0t_0 \\
O\neg\neg\underline{F}Tdc, w_0t_0 \\
\neg(Kc \land \underline{F}Tdc), w_2t_0 \\
\swarrow \qquad\qquad \searrow \\
\begin{array}{cc}
\begin{array}{c}
\neg Kc, w_2t_0 \\
*
\end{array}
&
\begin{array}{c}
\neg\underline{F}Tdc, w_2t_0 \\
\neg\neg\underline{F}Tdc, w_2t_0 \\
*
\end{array}
\end{array}
\end{array}
\end{array}
\end{array}$$

$P\neg\exists x(Kx \land \underline{F}Tdx)$ är ekvivalent med $\neg O\exists x(Kx \land \underline{F}Tdx)$ och med $P\forall x(Kx \to \neg\underline{F}Tdx)$. Därför är också följande två argument giltiga.

(vi) $P\forall x(Kx \to \underline{F}Tdx) \land \neg O\exists x(Kx \land \underline{F}Tdx)$ medför $\forall x(Kx \to K\underline{F}Tdx)$. Intuitivt, och förenklat, säger detta argument följande. Det är tillåtet att du tar alla kakor, men du behöver inte (måste inte) ta någon kaka alls. Alltså gäller det för varje kaka att du fritt får välja om du skall ta den eller inte.

(vii) $P\forall x(Kx \rightarrow \underline{F}Tdx) \wedge P\forall x(Kx \rightarrow \neg\underline{F}Tdx)$ medför $\forall x(Kx \rightarrow K\underline{F}Tdx)$. Intuitivt, och förenklat, säger detta argument följande. Om det är tillåtet att du tar alla kakor och det är tillåtet att det gäller för varje kaka att du inte tar den, så gäller det för varje kaka att det är tillåtet att du tar den och att det är tillåtet att du inte tar den.

(viii) $(4''')$ $K\forall x(Kx \rightarrow \underline{F}Tdx)$ och $K\neg\exists x(Kx \wedge \underline{F}Tdx)$ medför $(3''')$ $\forall x(Kx \rightarrow K\underline{F}Tdx)$. Något förenklat säger detta argument följande. Du får fritt välja om du skall ta alla kakor eller inte och du får fritt välja om du inte skall ta någon kaka alls eller inte. Alltså gäller det för varje kaka att du fritt får välja att ta den eller inte. $K\forall x(Kx \rightarrow \underline{F}Tdx)$ är logiskt ekvivalent med $P\forall x(Kx \rightarrow \underline{F}Tdx) \wedge P\neg\forall x(Kx \rightarrow \underline{F}Tdx)$ och $K\neg\exists x(Kx \wedge \underline{F}Tdx)$ med $P\neg\exists x(Kx \wedge \underline{F}Tdx) \wedge P\neg\neg\exists x(Kx \wedge \underline{F}Tdx)$. Eftersom vi redan har bevisat steg (v) ovan är det lätt att se att detta argument är giltigt.

(ix) $(1''')$ $\exists x(Kx \wedge K\underline{F}Tdx)$ medför $(1'')$ $\exists x(Kx \wedge P\underline{F}Tdx)$. Intuitivt, och förenklat, säger detta argument. Det finns en kaka som du fritt får välja om du skall ta eller inte. Alltså finns det en kaka som du får ta. Eftersom $\exists x(Kx \wedge K\underline{F}Tdx)$ per definition är ekvivalent med $\exists x(Kx \wedge (P\underline{F}Tdx \wedge P\neg\underline{F}Tdx))$ är det lätt att se att $(1''')$ medför $(1'')$ av rent predikatlogiska skäl. Däremot medför $(1'')$ inte $(1''')$. $(1''')$ är alltså starkare än $(1'')$. ■

Teorem 4. (i) Det är inte fallet att $(1'')$ $\exists x(Kx \wedge P\underline{F}Tdx)$ medför $(3'')$ $\forall x(Kx \rightarrow P\underline{F}Tdx)$. **(ii)** Det är inte fallet att $(2'')$ $P\exists x(Kx \wedge \underline{F}Tdx)$ medför $(3'')$ $\forall x(Kx \rightarrow P\underline{F}Tdx)$. **(iii)** Det är inte fallet att $(1'')$ $\exists x(Kx \wedge P\underline{F}Tdx)$ medför $(4'')$ $P\forall x(Kx \rightarrow \underline{F}Tdx)$. **(iv)** Det är inte fallet att $(2'')$ $P\exists x(Kx \wedge \underline{F}Tdx)$ medför $(4'')$ $P\forall x(Kx \rightarrow \underline{F}Tdx)$. **(v)** Det är inte fallet att $(3'')$ $\forall x(Kx \rightarrow P\underline{F}Tdx)$ medför $(4'')$ $P\forall x(Kx \rightarrow \underline{F}Tdx)$. **(vi)** Det är inte fallet att $(3''')$ $\forall x(Kx \rightarrow K\underline{F}Tdx)$ medför $(4''')$ $K\forall x(Kx \rightarrow \underline{F}Tdx)$. **(vii)** Det är inte fallet att $(1''')$ $\exists x(Kx \wedge K\underline{F}Tdx)$ medför $(2''')$ $\underline{K}\exists x(Kx \wedge \underline{F}Tdx)$. **(viii)** Det är inte fallet att $(4''')$ $K\forall x(Kx \rightarrow \underline{F}Tdx)$ medför $(3''')$ $\forall x(Kx \rightarrow K\underline{F}Tdx)$.

Bevis. **(i)** Det är inte fallet att $(1'')$ $\exists x(Kx \wedge P\underline{F}Tdx)$ medför $(3'')$ $\forall x(Kx \rightarrow P\underline{F}Tdx)$. Följande modell visar detta. W är mängden av alla möjliga världar, T är mängden av alla tidpunkter, D är domänen av entiteter vi kvantifierar över, $Sww't$ innebär att w' är deontiskt tillgänglig från w vid t, $Rww't$ att w' är aletiskt tillgänglig från w vid t och $t < t'$ att t inträffar före t' (t' efter t).[6] $W = \{w_0, w_1\}$, $T = \{t_0, t_1\}$, $D = \{c, d, f\}$, $t_0 < t_1$. $Sw_0w_1t_0$, $Sw_1w_1t_0$, $Sw_0w_0t_1$, $Sw_1w_1t_1$. I t_0 är alla möjliga världar aletiskt tillgängliga från alla möjliga världar. $Rw_0w_0t_1$, $Rw_1w_1t_1$. Kc och Kf är sanna i w_0 vid t_0 och i w_1 vid t_0, Tdc

[6] För mer information om den typ av semantik jag använder här, se Rönnedal (2012), (2012b) och (2014).

är sann i w_1 vid t_1 och Tdf är falsk i w_1 vid t_1.[7] Sanningsvärdena hos några centrala satser kan nu räknas ut på följande sätt. w_0t_0: Kc, Kf, $P\underline{F}Tdc$, $\neg P\underline{F}Tdf$, $Kc \wedge P\underline{F}Tdc$, $\neg(Kf \rightarrow P\underline{F}Tdf)$, $\exists x(Kx \wedge P\underline{F}Tdx)$, $\neg\forall x(Kx \rightarrow P\underline{F}Tdx)$. w_1t_0: $\underline{F}Tdc$, $\neg\underline{F}Tdf$. w_1t_1: Tdc, $\neg Tdf$. Låt oss i detalj gå igenom hur denna modell bevisar vår slutsats för att belysa detta sätt att resonera. Eftersom Tdc är sann i w_1 vid t_1 och $t_0 < t_1$, så är $\underline{F}Tdc$ sann i w_1 vid t_0. Det följer att $P\underline{F}Tdc$ är sann i w_0 vid t_0, eftersom $Sw_0w_1t_0$. Tdf är inte sann i w_1 vid t_1. Eftersom t_1 är den enda tidpunkt som inträffar efter t_0 följer det att $\neg\underline{F}Tdf$ är sann i w_1 vid t_0. Alltså är $\neg P\underline{F}Tdf$ sann i w_0 vid t_0, för w_1 är den enda värld som är deontiskt tillgänglig från w_0 vid t_0. Således är $Kc \wedge P\underline{F}Tdc$ sann i w_0 vid t_0. För både Kc och $P\underline{F}Tdc$ är sanna i denna värld vid denna tidpunkt. Det följer att $\exists x(Kx \wedge P\underline{F}Tdx)$ är sann i w_0 vid t_0. Eftersom Kf är sann i w_0 vid t_0 och $P\underline{F}Tdf$ är falsk i denna värld vid denna tidpunkt följer det att $Kf \rightarrow P\underline{F}Tdf$ är falsk i w_0 vid t_0. Således kan vi sluta oss till att $\forall x(Kx \rightarrow P\underline{F}Tdx)$ är falsk i w_0 vid t_0. I denna modell är alltså $\exists x(Kx \wedge P\underline{F}Tdx)$ sann i w_0 vid t_0 och $\forall x(Kx \rightarrow P\underline{F}Tdx)$ falsk i w_0 vid t_0. Det följer att det inte är fallet att (1″) $\exists x(Kx \wedge P\underline{F}Tdx)$ medför (3″) $\forall x(Kx \rightarrow P\underline{F}Tdx)$.

(ii) Det är inte fallet att (2″) $P\exists x(Kx \wedge \underline{F}Tdx)$ medför (3″) $\forall x(Kx \rightarrow P\underline{F}Tdx)$. Eftersom $\exists x(Kx \wedge P\underline{F}Tdx)$ inte medför $\forall x(Kx \rightarrow PFTdx)$ och $\exists x(Kx \wedge P\underline{F}Tdx)$ är logisk ekvivalent med $P\exists x(Kx \wedge \underline{F}Tdx)$, så följer inte $\forall x(Kx \rightarrow PFTdx)$ ur $P\exists x(Kx \wedge \underline{F}Tdx)$. Vi kan använda samma modell som i (i) för att visa detta. Då kan vi räkna ut sanningsvärdena hos några centrala satser på följande sätt. w_0t_0: Kc, Kf, $P\exists x(Kx \wedge \underline{F}Tdx)$, $\neg P\underline{F}Tdf$, $\neg(Kf \rightarrow P\underline{F}Tdf)$, $\neg\forall x(Kx \rightarrow P\underline{F}Tdx)$. w_1t_0: Kc, Kf, $\underline{F}Tdc$, $\neg\underline{F}Tdf$, $Kc \wedge \underline{F}Tdc$, $\exists x(Kx \wedge \underline{F}Tdx)$. w_1t_1: Tdc, $\neg Tdf$.

(iii) Det är inte fallet att (1″) $\exists x(Kx \wedge P\underline{F}Tdx)$ medför (4″) $P\forall x(Kx \rightarrow \underline{F}Tdx)$. Eftersom $\exists x(Kx \wedge P\underline{F}Tdx)$ inte medför $\forall x(Kx \rightarrow PFTdx)$ och $P\forall x(Kx \rightarrow \underline{F}Tdx)$ medför $\forall x(Kx \rightarrow P\underline{F}Tdx)$, så medför $\exists x(Kx \wedge P\underline{F}Tdx)$ inte $P\forall x(Kx \rightarrow \underline{F}Tdx)$. Vi kan använda samma modell som i (i) för att visa detta.

(iv) Det är inte fallet att (2″) $P\exists x(Kx \wedge \underline{F}Tdx)$ medför (4″) $P\forall x(Kx \rightarrow \underline{F}Tdx)$. Eftersom $\exists x(Kx \wedge P\underline{F}Tdx)$ inte medför $P\forall x(Kx \rightarrow \underline{F}Tdx)$ och $\exists x(Kx \wedge P\underline{F}Tdx)$ är logiskt ekvivalent med $P\exists x(Kx \wedge \underline{F}Tdx)$, så följer inte $P\forall x(Kx \rightarrow \underline{F}Tdx)$ ur $P\exists x(Kx \wedge \underline{F}Tdx)$. Vi kan använda samma modell som i (i) för att visa detta.

(v) Det är inte fallet att (3″) $\forall x(Kx \rightarrow P\underline{F}Tdx)$ medför (4″) $P\forall x(Kx \rightarrow \underline{F}Tdx)$. Följande modell visar detta. $W = \{w_0, w_1, w_2\}$, $T = \{t_0, t_1\}$, $D = \{c, d, f\}$, $t_0 < t_1$. $Sw_0w_1t_0$, $Sw_0w_2t_0$, $Sw_1w_2t_0$, $Sw_2w_1t_0$, $Sw_1w_1t_0$, $Sw_2w_2t_0$. I t_0 är alla möjliga världar aletiskt tillgängliga från varandra. I t_1 är alla möjliga världar

[7] Övriga sanningsvärden hos satser i olika värld-tidpunkt par är i sammanhanget ointressanta. Man kan anta att de är sanna eller falska, vilket som. Detta gäller även övriga motexempel nedan.

aletiskt och deontiskt tillgängliga från sig själva men inte från någon annan möjlig värld. Vid t_0 är Kc och Kf sanna i varje möjlig värld. Tdc är sann i w_1 vid t_1 och Tdf är falsk. Tdf är sann i w_2 vid t_1 och Tdc falsk. Då kan vi räkna ut följande sanningsvärden hos några centrala satser. w_0t_0: Kc, Kf, $\neg P\forall x(Fx \rightarrow \underline{F}Tdx)$, $P\underline{F}Tdc$, $P\underline{F}Tdf$, $Kc \rightarrow P\underline{F}Tdc$, $Kf \rightarrow P\underline{F}Tdf$, $\forall x(Kx \rightarrow P\underline{F}Tdx)$. w_1t_0: Kc, Kf, $\underline{F}Tdc$, $\neg\underline{F}Tdf$, $\neg(Kf \rightarrow \underline{F}Tdf)$ $\neg\forall x(Kx \rightarrow \underline{F}Tdx)$. w_1t_1: Tdc, $\neg$Tdf. w_2t_0: Kc, Kf, $\underline{F}Tdf$, $\neg\underline{F}Tdc$, $\neg(Kc \rightarrow \underline{F}Tdc)$, $\neg\forall x(Kx \rightarrow \underline{F}Tdx)$. w_2t_1: $\neg$Tdc, Tdf.

(vi) Det är inte fallet att (3‴) $\forall x(Kx \rightarrow K\underline{F}Tdx)$ medför (4‴) $K\forall x(Kx \rightarrow \underline{F}Tdx)$. Detta är ekvivalent med att det inte är fallet att $\forall x(Kx \rightarrow (P\underline{F}Tdx \wedge P\neg\underline{F}Tdx))$ medför $P\forall x(Kx \rightarrow \underline{F}Tdx) \wedge P\neg\forall x(Kx \rightarrow \underline{F}Tdx)$. Vi kan använda samma modell som i (v) för att visa detta. Här följer de relevanta sanningsvärdena. w_0t_0: Kc, Kf, $\neg P\forall x(Fx \rightarrow \underline{F}Tdx)$, $P\underline{F}Tdc$, $P\underline{F}Tdf$, $P\neg\underline{F}Tdc$, $P\neg\underline{F}Tdf$, $P\underline{F}Tdc \wedge P\neg\underline{F}Tdc$, $P\underline{F}Tdf \wedge P\neg\underline{F}Tdf$, $Kc \rightarrow (P\underline{F}Tdc \wedge P\neg\underline{F}Tdc)$, $Kf \rightarrow (P\underline{F}Tdf \wedge P\neg\underline{F}Tdf)$, $\forall x(Kx \rightarrow (P\underline{F}Tdx \wedge P\neg\underline{F}Tdx))$, $\forall x(Kx \rightarrow K\underline{F}Tdx)$, $\neg(P\forall x(Kx \rightarrow \underline{F}Tdx) \wedge P\neg\forall x(Kx \rightarrow \underline{F}Tdx))$, $\neg K\forall x(Kx \rightarrow \underline{F}Tdx)$. w_1t_0: Kc, Kf, $\underline{F}Tdc$, $\neg\underline{F}Tdf$, $\neg(Kf \rightarrow \underline{F}Tdf)$ $\neg\forall x(Kx \rightarrow \underline{F}Tdx)$. w_1t_1: Tdc, $\neg$Tdf. w_2t_0: Kc, Kf, $\underline{F}Tdf$, $\neg\underline{F}Tdc$, $\neg(Kc \rightarrow \underline{F}Tdc)$, $\neg\forall x(Kx \rightarrow \underline{F}Tdx)$. w_2t_1: $\neg$Tdc, Tdf.

(vii) Det är inte fallet att (1‴) $\exists x(Kx \wedge K\underline{F}Tdx)$ medför (2‴) $K\exists x(Kx \wedge \underline{F}Tdx)$. Vi kan använda samma modell som i (v). Här följer de relevanta sanningsvärdena. w_0t_0: Kc, Kf, $\neg P\neg\exists x(Kx \wedge \underline{F}Tdx)$, $\neg(P\exists x(Kx \wedge \underline{F}Tdx) \wedge P\neg\exists x(Kx \wedge \underline{F}Tdx))$, $\neg K\exists x(Kx \wedge \underline{F}Tdx)$, $P\underline{F}Tdc$, $P\neg\underline{F}Tdc$, $K\underline{F}Tdc$, $Kc \wedge K\underline{F}Tdc$, $\exists x(Kx \wedge K\underline{F}Tdx)$. w_1t_0: Kc, Kf, $\underline{F}Tdc$, $\neg\underline{F}Tdf$, $Kc \wedge \underline{F}Tdc$, $\exists x(Kx \wedge \underline{F}Tdx)$. w_1t_1: Tdc, $\neg$Tdf. w_2t_0: Kc, Kf, $\underline{F}Tdf$, $\neg\underline{F}Tdc$, $Kf \wedge \underline{F}Tdf$, $\exists x(Kx \wedge \underline{F}Tdx)$. w_2t_1: $\neg$Tdc, Tdf.

(viii) Det är inte fallet att (4‴) $K\forall x(Kx \rightarrow \underline{F}Tdx)$ medför (3‴) $\forall x(Kx \rightarrow K\underline{F}Tdx)$. För att visa detta kan vi använda samma modell som i (v) med en modifikation. Vi låter Tdc vara sann i w_2 vid t_1 istället för falsk. Då har vi följande relevanta sanningsvärden. w_0t_0: Kc, $P\forall x(Kx \rightarrow \underline{F}Tdx)$, $P\neg\forall x(Kx \rightarrow \underline{F}Tdx)$, $K\forall x(Kx \rightarrow \underline{F}Tdx)$, $\neg P\neg\underline{F}Tdc$, $\neg(P\underline{F}Tdc \wedge P\neg\underline{F}Tdc)$, $\neg(Kc \rightarrow (P\underline{F}Tdc \wedge P\neg\underline{F}Tdc))$, $\neg\forall x(Kx \rightarrow (P\underline{F}Tdx \wedge P\neg\underline{F}Tdx))$, $\neg\forall x(Kx \rightarrow K\underline{F}Tdx)$. w_1t_0: Kc, Kf, $\underline{F}Tdc$, $\neg\underline{F}Tdf$, $\neg(Kf \rightarrow \underline{F}Tdf)$, $\neg\forall x(Kx \rightarrow \underline{F}Tdx)$. w_1t_1: Tdc, $\neg$Tdf. w_2t_0: Kc, Kf, $\underline{F}Tdc$, $\underline{F}Tdf$, $Kc \rightarrow \underline{F}Tdc$, $Kf \rightarrow \underline{F}Tdf$, $\forall x(Kx \rightarrow \underline{F}Tdx)$. w_2t_1: Tdc, Tdf. ■

Jag har föreslagit att fritt val tillåtelser ofta kan symboliseras med en sats som har samma logiska form som (3‴), dvs. $\forall x(Kx \rightarrow K\underline{F}Tdx)$, eller någon variant av denna, t.ex. $\forall x((Bx \vee Mx) \rightarrow K\underline{F}Tdx)$. I ljuset av ovanstående teorem förefaller det vara rimligt. (4‴), $K\forall x(Kx \rightarrow \underline{F}Tdx)$, är för stark för att vara en bra symbolisering av ”Du får ta en kaka”, bl.a. eftersom den medför att du får ta alla kakor. (2‴), $K\exists x(Kx \wedge \underline{F}Tdx)$, tycks också vara för stark i den meningen att den medför $P\neg\exists x(Kx \wedge \underline{F}Tdx)$. Enligt $P\neg\exists x(Kx \wedge \underline{F}Tdx)$ är det tillåtet att du inte tar någon kaka alls. Men fritt val tillåtelser kan ofta kombineras med en disjunktiv plikt. Så, ”Du får ta en kaka” utesluter inte ”Du måste ta åtminstone en kaka”. (Se vidare avsnitt 7 nedan.) Samtidigt tycks $(2''')$ också vara för svag eftersom den endast medför att det finns en specifik kaka som du får ta, inte att du får ta vilken kaka som helst. $(1''')$ $\exists x(Kx \wedge K\underline{F}Tdx)$ kan i vissa sammanhang vara en bra översättning av ”Du får ta en kaka”, men denna formalisering hjälper oss inte att förklara att argument av samma typ som argument 1 tycks vara giltiga. Då återstår $(3''')$. Vi har också sett att $(3''')$ är starkare än $(3'')$ $\forall x(Kx \rightarrow P\underline{F}Tdx)$. $(3''')$ medför $(3'')$ men inte tvärt om. Enligt en plausibel pragmatisk hypotes bör vi tolka varje (yttrande av en) sats på ett sådant sätt att den (det) uttrycker ett så starkt påstående som möjligt. Det kan därför vara rimligt att börja med att tolka satsen ”Du får ta en kaka” som $(3''')$ snarare än som $(3'')$. Om det finns något i kontexten som gör detta orimligt, kan vi istället använda $(3'')$ eller de ännu svagare $(1''')$ eller $(1'')$.

7. Fritt val tillåtelser och disjunktiva plikter

Antag att du är en elev på universitetet och att din lärare i filosofi säger följande: ”Du får skriva en uppsats om Hume eller om Kant. Men du måste skriva en uppsats antingen om Hume eller om Kant.” I denna situation tycks det vara rimligt att tolka den första satsen som en fritt val tillåtelse och den andra satsen som en disjunktiv plikt. Vi tänker oss att ”Du får skriva en uppsats om Hume eller om Kant” säger samma sak som ”Du får fritt välja om du skall skriva en uppsats om Hume eller om Kant”. Om vi symboliserar ”Du får skriva en uppsats om Hume eller om Kant” på det sätt som jag har föreslagit $\forall x((x = h \vee x = k) \rightarrow K\underline{F}Sdx)$, så kan vi härleda följande satser: $P\underline{F}Sdh$, $P\neg\underline{F}Sdh$, $P\underline{F}Sdk$, $P\neg\underline{F}Sdk$. Sxy läses ”x skriver en uppsats om y”, h refererar till Hume och k till Kant. Dvs. vi kan härleda att det är tillåtet att du skriver en uppsats om Hume, att det är tillåtet att det inte är fallet att du skriver en uppsats om Hume, att det är tillåtet att du skriver en uppsats om Kant, och att det är tillåtet att det inte är fallet att du skriver en uppsats om Kant. Satsen ”Du måste skriva en uppsats antingen om Hume eller om Kant” tycks kunna symboliseras på följande sätt: $O(\underline{F}Sdh \vee \underline{F}Sdk)$ ($O(\underline{F}Sdh \vee \underline{F}Sdk)$ är logiskt ekvivalent med $O\underline{F}(Sdh \vee Sdk)$). Frågan är nu om detta är konsistent? Följande modell visar att $\{P\underline{F}Sdh, P\neg\underline{F}Sdh, P\underline{F}Sdk, P\neg\underline{F}Sdk, O(\underline{F}Sdh \vee \underline{F}Sdk)\}$ är konsistent. $W = \{w_0, w_1, w_2, w_3, w_4\}$, $T = \{t_0, t_1, t_2, t_3, t_4\}$, $D =\{d, h, k\}$. $t_0 < t_1$, $t_0 < t_2$, $t_0 < t_3$, $t_0 < t_4$. $Sw_0w_1t_0$, $Sw_0w_2t_0$, $Sw_0w_3t_0$, $Sw_0w_4t_0$. Sdh är sann i w_1 vid t_1. Sdk är sann och Sdh falsk i w_2 vid t_2. Sdk är sann i w_3 vid t_3. Sdh är sann och Sdk falsk i w_4 vid t_4. Mer allmänt gäller det att $\{KA, KB, O(A \vee B)\}$ är konsistent; det är alltså inte fallet att $KA \wedge KB$ medför att $\neg O(A \vee B)$. Så enligt den här analysen är det fullt möjligt att det finns situationer då vi fritt får välja mellan A och B, men måste välja A eller B. Det här är ett positivt besked eftersom fritt val tillåtelser ofta tycks kombineras med disjunktiva plikter. Vårt exempel är bara ett bland i princip oändligt många andra liknande fall.

8. Problem 1: Pragmatiska implikationer trots allt?

Låt oss avsluta med att ta upp två av de intressantaste möjliga invändningar mot de förslag jag har presenterat i den här uppsatsen som jag kan komma på. Enligt den första invändningen är den typ av ”slutledningar” jag har diskuterat, när allt kommer omkring, inte semantiskt giltiga argument, utan ett slags pragmatiska implikationer. $O(A \lor B)$ medför $P(A \lor B)$ i SDL men inte $PA \land PB$. Om någon (som har kunskap om normerna i en viss situation) hävdar att det är obligatoriskt att A eller B, är det emellertid rimligt att pragmatiskt sluta sig till att det är tillåtet att A och att det är tillåtet att B. För OA medför $O(A \lor B)$ och OB medför $O(A \lor B)$. Detta innebär att om vår person visste att det var obligatoriskt att A (eller obligatoriskt att B), så skulle hon hävda att det är obligatoriskt att A (eller att det är obligatoriskt att B) istället för att det är obligatoriskt att A eller B. För ett sådant påstående är mer informativt. Att hävda det svagare påståendet kan vara vilseledande. Eftersom personen i fråga har kunskap om normerna i situationen kan vi sluta oss till att hon vet att det inte är obligatoriskt att A och att hon vet att det inte är obligatoriskt att B. Härav följer det att det inte är obligatoriskt att A och att det inte är obligatoriskt att B. Men $O(A \lor B)$ och $\neg OA$ och $\neg OB$ medför $PA \land PB$ i SDL, vilket bevisas av följande semantiska tablå.

$$
\begin{array}{c}
O(A \lor B), 0 \\
\neg OA, 0 \\
\neg OB, 0 \\
\neg(PA \land PB), 0 \\
P\neg A, 0 \\
P\neg B, 0 \\
0s1 \\
\neg A, 1 \\
0s2 \\
\neg B, 2 \\
\swarrow \qquad\qquad \searrow \\
\begin{array}{cc}
\begin{array}{c}
\neg PA, 0 \\
O\neg A, 0 \\
\neg A, 2 \\
A \lor B, 2 \\
\swarrow \qquad \searrow \\
\begin{array}{cc} A, 2 & B, 2 \\ * & * \end{array}
\end{array}
&
\begin{array}{c}
\neg PB, 0 \\
O\neg B, 0 \\
\neg B, 1 \\
A \lor B, 1 \\
\swarrow \qquad \searrow \\
\begin{array}{cc} A, 1 & B, 1 \\ * & * \end{array}
\end{array}
\end{array}
\end{array}
$$

Så om din lärare hävdar att det är obligatoriskt att du skriver en uppsats om Hume eller om Kant, så kan vi pragmatiskt sluta oss till att det är tillåtet att du skriver en uppsats om Hume och att det är tillåtet att du skriver en uppsats om Kant. Detta innebär inte att påståendet att det är obligatoriskt att du skriver en uppsats om Hume eller om Kant *medför* att det är tillåtet att du skriver en uppsats om Hume och att det är tillåtet att du skriver en uppsats om Kant.

På liknande sätt förhåller det sig med tillåtelser. PA medför inte P¬A i SDL, men om någon (som har kunskap om de relevanta normerna i en situation) hävder att det är tillåtet att A, så är det rimligt att pragmatiskt sluta sig till att det också är tillåtet att inte A. För OA medför PA i SDL. Och om vår person visste att det var obligatoriskt att A, skulle hon hävda detta istället för att det är tillåtet att A. För påståendet att det är obligatoriskt att A är starkare och därför mer informativt än påståendet att det är tillåtet att A. (Om en kurskamrat till dig vet om att du *måste* skriva en uppsats om Kant, så skulle vi anse att det var vilseledande av henne om hon sa att du *får* skriva en uppsats om Kant, även om hennes påstående inte är falskt och faktiskt följer ur påståendet att du *måste* skriva en uppsats om Kant.) Eftersom personen ifråga har kunskap om de relevanta normerna i situationen kan vi sluta oss till att hon vet att det inte är obligatoriskt att A. Från detta följer det att det inte är obligatoriskt att A. Men ¬OA är logiskt ekvivalent med P¬A i SDL. Alltså kan vi sluta oss till att det är tillåtet att inte A. Så om din farmor säger att du får ta en kaka, så kan vi pragmatiskt sluta oss till att det också är OK om du inte tar en kaka. Detta innebär inte att påståendet att det är tillåtet att du tar en kaka *medför* att det är tillåtet att du inte tar en kaka.

Man skulle alltså kunna hävda att ”Du får ta vilken kaka som helst” pragmatiskt implicerar att du inte måste ta alla kakor men att detta påstående inte följer semantiskt ifrån denna sats. För ”Du får ta vilken kaka som helst” medför ”Du får ta kaka 1 och du får ta kaka 2 och du får…”. Och om någon (med kunskap om normerna i den aktuella situationen) hävdar att du får ta kaka 1 och att du får ta kaka 2 och att du får…, så implicerar detta pragmatiskt att det är tillåtet att du inte tar kaka 1, att det är tillåtet att du inte tar kaka 2 osv. Dvs. det gäller för varje kaka att det är tillåtet att du inte tar den. Och från detta tycks det följa pragmatiskt att du inte måste ta alla kakor. För påståendet att det gäller för varje kaka att det är tillåtet att du inte tar den medför påståendet att det inte är obligatoriskt att du tar alla kakor om vi antar att det finns åtminstone en kaka. Så, lösningsförlag 2 är kanske inte rimligt när allt kommer omkring. Och bör man inte på ett liknande pragmatiskt sätt försöka förklara intuitionen att argument 1 tycks vara giltigt?

Jag är inte helt övertygad om att dessa ”slutsatser” endast är pragmatiska. Om din lärare hävdar att du fritt får välja om du skall skriva en uppsats om Hume eller Kant men att du måste skriva en uppsats om Kant, så tycks hon inte endast påstå något (pragmatiskt) konstigt, utan hon tycks hävda något som är inkonsistent. ”Du får fritt välja om du skall skriva en uppsats om Hume eller Kant” tycks medföra att det är tillåtet att du inte skriver en uppsats om Hume och att det är tillåtet att du inte skriver en uppsats om Kant. Det förefaller åtminstone vara uppenbart att en person som hävdar en sådan sats sannolikt också *menar* att detta är tillåtet. Men kanske finns det här en skillnad mellan ”Du får fritt välja om du skall skriva en uppsats om Hume eller Kant” och ”Du får skriva en uppsats om Hume eller Kant”, kanske bestämmer inte talarens intentioner, åsikter och andra mentala tillstånd meningen hos dessa satser, kanske är intuitionen att satsen ”Du får fritt välja om du skall skriva en uppsats om Hume eller om Kant, men du måste skriva en uppsats om Kant” är inkonsistent inte riktig. Låt oss anta det. Då kan vi återgå till lösningsförslag 1, och hävda att övriga implikationer endast är pragmatiska och inte semantiska.

De pragmatiska implikationer som jag har nämnt ovan förefaller vara rimliga. Från detta följer inte att FVT paradoxen kan lösas helt och hållet med hjälp av pragmatiska principer. Jag kan inte i detalj här diskutera alla pragmatiska lösningar på FVT paradoxen som har föreslagits i litteraturen. Men låt mig ta upp ett generellt problem som talar för att det är rimligt att vara skeptisk till lösningar av detta slag. PA medför $P(A \vee B)$ och PB medför $P(A \vee B)$ i SDL. Därför är det, med tanke på vanliga pragmatiska principer, rimligt att anta att en person (som har kunskap om de relevanta normerna i en situation och) som hävdar att det är tillåtet att A eller B både vet att det inte är tillåtet att A och vet att det inte är tillåtet att B (givet att $P(A \vee B)$ är en korrekt symbolisering av ”Det är tillåtet att A eller B”). För om hon visste att det var tillåtet att A (eller om hon visste att det var tillåtet att B), så skulle hon hävda det starkare påståendet att det är tillåtet att A (tillåtet att B) istället för det svagare påståendet att det är tillåtet att A eller B. Att hävda ett svagare påstående när man vet att ett starkare påstående är sant kan vara vilseledande. Alltså kan vi pragmatiskt sluta oss till att det inte är tillåtet att A och att det inte är tillåtet att B. Dessa pragmatiska resonemang står därför i direkt motsats till våra intuitioner om vad som följer ur vad. ”Det är tillåtet att A eller B”, tycks ju tvärt emot de pragmatiska resonemangen medföra att det är tillåtet att A och att det är tillåtet att B. Och inte nog med det. $P(A \vee B)$ medför $PA \vee PB$ i SDL. Så, våra pragmatiska resonemang tycks leda till en direkt motsägelse.

Pragmatiska teorier och lösningar på FVT paradoxen har under senare år blivit alltmer sofistikerade, och det finns anledning att tro att de kommer att fortsätta att utvecklas framöver. Det är emellertid tveksamt om det i dagsläget finns någon helt tillfredsställande pragmatisk lösning på denna paradox.

9. Problem 2: Kvantifiering över handlingar?

Låt oss ta upp en sista invändning mot de lösningsförslag som har presenterats i den här uppsatsen. Betrakta följande argument.

> Argument 5
> Du får gå till en strand eller (stanna inne och) spela ett dataspel.
> Alltså får du gå till en strand och du får (stanna inne och) spela ett dataspel.

Slutsatsen tycks följa ur premissen. Enligt en naturlig tolkning av detta argument, i linje med tidigare analyser, säger det samma sak som följande härledning: Du får gå till vilken strand som helst eller spela vilket dataspel som helst. Alltså får du gå till vilken strand som helst och du får spela vilket dataspel som helst. Men det tycks inte gå att symbolisera detta resonemang på samma sätt som tidigare argument. Antag att vi försöker med en formalisering som innehåller Sx (är en strand) och Dx (är ett dataspel) och börjar $\forall x((Sx \vee Dx) \rightarrow P\ldots)$. Men vad skall vi då fylla i punkterna med? De olika disjunkterna talar om olika typer av handlingar eller förhållanden som bör symboliseras med olika predikat, t.ex. Gxy (x går till y) och Sxy (x spelar y). Det går att hitta otaliga exempel av detta slag. Man kan också fråga sig vad det egentligen är som är tillåtet här. Är det tillåtet att gå till vilken strand som helst och tillåtet att spela vilket dataspel som helst, eller är det själva aktiviteterna att gå till en strand och spela ett dataspel som är tillåtna?

Flera andra argument väcker liknande frågor. Betrakta på nytt slutsatsen i argument 3: ”Alltså får du gå till stranden och du får gå på bio”. Jag föreslog tidigare att denna sats säger samma sak som satsen ”Du får gå till vilken strand som helst och du får gå till vilken biograf som helst”. Men man skulle kunna hävda att denna sats egentligen handlar om aktiviteten att gå till stranden (och bada) och aktiviteten att gå på bio (och se en film). Enligt denna tolkning säger slutsatsen att det är tillåtet att utföra aktiviteten (handlingen) att gå till stranden (och bada) och att det är tillåtet att utföra aktiviteten (handlingen) att gå på bio (och se en film). Det här antyder en möjlig lösning på det aktuella problemet.

Enligt denna lösning kvantifierar vi inte över platser eller spel i argument 5, utan över handlingar. Låt S och D representera egenskaper hos handlingar, dvs. Sx står för ”x är ett gående till en strand”, Dx för ”x är ett spelande av ett dataspel”, d refererar till dig, och Uxy står för ”x utför y”. Då kan argument 5 symboliseras på följande sätt.

> $\forall x((Sx \vee Dx) \rightarrow PUdx)$.
> Alltså: $\forall x(Sx \rightarrow PUdx) \wedge \forall x(Dx \rightarrow PUdx)$

Premissen läses ”Det gäller för alla x att om x är ett gående till en strand eller x är ett spelande av ett dataspel, så är det tillåtet att du utför x”. Slutsatsen läses: ”Det gäller för alla x att om x är ett gående till en strand så är det tillåtet att du utför x och det gäller för alla x att om x är ett spelande av ett dataspel så är det tillåtet att du utför x”. Detta argument är giltigt i SDL kombinerat med predikatlogik. I ett kvantifierat temporalt aletiskt-deontiskt system med determinerat förflutet (och nu) kan vi lägga till operatorn $\underline{F}$ och symbolisera argumentet på följande sätt.

$\forall x((Sx \lor Dx) \to P\underline{F}Udx)$
Alltså: $\forall x(Sx \to P\underline{F}Udx) \land \forall x(Dx \to P\underline{F}Udx)$

Även i detta fall följer slutsatsen ur premissen. Övriga argument av samma typ tycks kunna analyseras på liknande sätt. Om det är riktigt, kan den här invändningen bemötas.

Ett potentiellt problem med denna lösning är att man kan fråga sig om det någonsin är fallet att premissen i ett argument av detta slag är sann. Betyder t.ex. inte premissen i argument 5, enligt denna läsning, att alla sätt att gå till stranden är tillåtna och alla sätt att spela dataspel är tillåtna? Och är det rimligt? Finns det inte vissa handlingar av dessa typer som det inte är tillåtet att utföra? Vad gäller t.ex. om du går till stranden och krossar alla fönsterrutor på vägen dit? Är denna handling tillåten (är det tillåtet att utföra denna handling)? Mer allmänt kan man ställa följande fråga. Om en typ av handling är tillåten, betyder det att det är tillåtet att utföra *varje* partikulär handling av denna typ eller betyder det att det är tillåtet att utföra *en* partikulär handling av denna typ? Eller hur skall man förstå en sådan tillåtelse?

Det är inte uppenbart hur dessa frågor bör besvaras och jag tänker inte heller försöka mig på ett generellt svar i denna uppsats. Jag nöjer mig med att konstatera att om man symboliserar argument 5 (och liknande argument) på det föreslagna sättet, så kan man förklara att det (de) är giltigt (giltiga).

10. Slutsats

Den här uppsatsen har handlat om fritt val tillåtelser. Jag har gått igenom den s.k. fritt val tillåtelser paradoxen och har tagit upp några möjliga lösningar. Jag har presenterat ett eget förslag på hur man kan förstå tillåtelser av denna typ och hur man kan lösa FVT paradoxen. Jag nämnde några potentiella invändningar mot denna analys och visade hur dessa kan bemötas.

Den generella tanken bakom mitt förslag är att fritt val tillåtelser ofta kan tolkas på följande sätt. Det finns en mängd entiteter och för varje entitet i denna mängd gäller det att du fritt får välja om du skall förhålla dig till denna entitet på ett visst sätt eller inte. T.ex.: Det finns en mängd ting och för varje ting i denna mängd gäller det att du fritt får välja om du skall ta det eller inte, ge bort det eller inte, köpa det eller inte, sälja det eller inte, låna det eller inte, låna ut det eller inte osv. Det finns en mängd platser och för varje plats i denna mängd gäller det att du fritt får välja om du skall gå till den eller inte, resa till den eller inte osv. Det finns en mängd personer och för varje person i denna mängd gäller det att du fritt får välja om du skall hjälpa denna person eller inte, flytta ihop med denna person eller inte, gifta dig med denna person eller inte osv. Det finns en mängd ämnen och för varje ämne i denna mängd gäller det att du fritt får välja om du skall studera det eller inte, skriva en uppsats om det eller inte osv. Det finns en mängd sånger och för varje sång i denna mängd gäller det att du fritt får välja om du skall framföra den eller inte. Det finns en mängd tomma parkeringsplatser och för varje tom parkeringsplats gäller det att du fritt får välja om du skall parkera din bil där eller inte. Det finns en mängd (möjliga) handlingar (av en viss typ) och för varje (möjlig) handling (av denna typ) i denna mängd gäller det att du fritt får välja om du skall utföra den eller inte. Osv.

Ibland har FVT paradoxen använts som ett argument emot s.k. standard deontisk logik (SDL). Jag har försökt visa att man kan acceptera förekomsten av FV tillåtelser utan att behöva förkasta SDL. Däremot pekar förekomsten av FV tillåtelser på behovet av en kvantifierad deontisk logik.

Låt mig avsluta med att kort nämna några fördelar med den lösning på FVT paradoxen jag har föreslagit.

(i) Vi kan visa att intuitionen att slutsatsen följer ur premissen i argument 1 (och liknande argument) är sann (om satserna tolkas på ”rätt” sätt). Vi kan också visa hur vissa tolkningar av argumentet gör det ogiltigt. Vi kan pragmatiskt förklara när det är rimligt att tolka argumentet på det ena sättet och när det är pragmatiskt rimligt att tolka det på det andra.

(ii) Vi behöver inte anta att ”eller” är mångtydigt eller har en icke-klassisk logik.

(iii) Vi behöver inte anta att ”eller” i fritt val tillåtelser tolkas idiomatiskt och egentligen betyder detsamma som ”och”.

(iv) Vi behöver inte lägga till några dolda operatorer för att förklara giltigheten hos våra argument.

(v) Vi behöver inte införa några nya primitiva eller definierade fritt val operatorer.

(vi) Vi behöver inte anta att fritt val tillåtelser endast ”opererar” på mängder av satser.

(vii) Vi behöver inte göra en distinktion mellan starka och svaga tillåtelser.

(viii) Många har argumenterat för en pragmatisk lösning på problemet med fritt val tillåtelser. Det är nog riktigt att ”Du får A eller B” pragmatiskt implicerar ”Du får A” och ”Du får B” i många situationer. Men om argumenten i den här uppsatsen är riktiga, så kan det förklaras med att sådana argument också kan vara semantiskt giltiga. Pragmatiska faktorer och olika satsers kontext kan också användas för att avgöra när det är rimligt att tolka en viss sats på ett sätt som gör ett argument som innehåller en disjunktiv tillåtelse (t.ex. argument 1) giltigt och när det inte är det.

(ix) Vi kan förklara att följande argument är giltigt. Premiss: Ingen får ta den här tårtbiten eller den här bakelsen. Slutsats: Ingen får ta den här tårtbiten och ingen får ta den här bakelsen. Låt Txy stå för ”x tar y”, t för den här tårtbiten och b för den här bakelsen. Följande formella argument är giltigt i alla system av det slag som beskrivs i Rönnedal (2014). Premiss: $\neg\exists xP(Txt \vee Txb)$. Slutsats: $\neg\exists xPTxt \wedge \neg\exists xPTxb$. Åtminstone några andra lösningar på (FVT) paradoxen har problem med att förklara giltigheten både hos argument av denna typ och argument av samma typ som argument 1.

(x) Vi behöver inte utveckla någon ny och komplicerad form av deontisk logik, t.ex. en dynamisk deontisk logik, en icke-monotonisk deontisk logik, eller en deontisk logik baserad på någon form av ”linjär logik” eller ”inkvisitiv” semantik. Det kan förstås finnas andra skäl att utveckla sådana logiker. Men om argumenten i den här uppsatsen är hållbara, så är fritt val tillåtelser paradoxen inte ett sådant skäl.

(xi) Vi kan undvika alla de problematiska konsekvenser som följde av att anta att $P(A \vee B)$ medför PA och PB i SDL.

(xii) I synnerhet gäller det att om argumenten i den här uppsatsen är riktiga, så kan förekomsten av fritt val tillåtelser inte användas för att visa att SDL är inkorrekt och måste överges. Det räcker med att vi kombinerar SDL med (en temporal aletisk-deontisk) predikatlogik.

För att kunna bevisa våra argument krävs det dock att SDL kombineras med predikatlogik. Detta talar för att vi behöver en kvantifierad deontisk logik. Jag har tidigare argumenterat för att det finns andra skäl att omfamna en sådan logik. Om argumenten i den här uppsatsen är riktiga, ger de ytterligare stöd för detta påstående.

Referenser

Aher, M. (2012). Free Choice in Deontic Inquisitive Semantics. In Aloni, Kimmelmann, Roelofsen, Sassoon, Schultz, Westera (red.), *Logic, language and meaning*, 18th Amsterdam Colloquium, Amsterdam, The Netherlands, December 19-21, 2011, ss. 22-31.

Aloni, M. (2007). Free choice, modals, and imperatives. *Natural Language Semantics*, 15, ss. 65–94.

Anglberger, A. J. J., Dong, H. & Roy, O. (2014). Open Reading without Free Choice. I Cariani, F., Grossi, D., Meheus, J, Parent, X. (red.). *Deontic Logic and Normative Systems*. DEON 14. Springer, ss. 19-32.

Asher, N. & Bonevac, D. (2005). Free Choice Permission Is Strong Permission. *Synthese*, Vol. 145, Nr. 3, ss. 303-323.

Barker, C. (2010). Free choice permission as resource-sensitive reasoning. *Semantics & Pragmatics*, vol. 3, ss. 1-38.

Chemla, E. (2009). Universal implicatures and free choice effects: experimental data. *Semantics & Pragmatics*, Vol. 2, Article 2, ss. 1–33.

Dignum, F. Meyer, J. -J. Ch. & Wieringa, R. J. (1996). Free Choice and Contextually Permitted Actions. *Studia Logica*, Vol. 57, Nr. 1, ss. 193-220.

Fox, D. (2007). Free choice disjunction and the theory of scalar implicature. I Uli Sauerland & Penka Stateva (eds.). *Presupposition and implicature in compositional semantics*. Palgrave MacMillan, ss. 71-120

Franke (2010). Free Choice from Iterated Best Response. I Aloni, M, Bastiaanse, H, de Jager, T, Schulz, K (red.), *Logic, Language and Meaning*: 17th Amsterdam Colloquium 2009, revised selected papers, ss. 295–304.

Föllesdal, D. & Risto, H. (1971). Deontic Logic: An Introduction. I R. Hilpinen (red). *Deontic Logic: Introductory and Systematic Readings*. Dordrecht and Boston: Reidel, ss. 1-35.

Gabbay, D., Gammaitoni, L., Sun, X. (2014). The paradoxes of permission an action based solution. *Journal of Applied Logic*, 12, ss. 179-191.

Gabbay, D., Horty, J., Parent, X., van der Meyden, E. & van der Torre, L. (red.). (2013). *Handbook of Deontic Logic and Normative Systems*. College Publications.

Geurts, B. (2005). Entertaining Alternatives: Disjunctions as Modals. *Natural Language Semantics*, 13, ss. 383–410.

Geurts, B. & Pouscoulous, N. (2009). Free choice for all: a response to Emmanuel Chemla. *Semantics & Pragmatics*, Vol. 2, Article 5, ss. 1–10.

Giannakidou, A. (2001). The Meaning of Free Choice. *Linguistics and Philosophy*, Vol. 24, Nr. 6, ss. 659-735.

Hansson, S. O. (2001). *The structure of Values and Norms*. Cambridge University Press.

Hansson, S. O. (2013). The Varieties of Permission. I D. Gabbay, J. Horty, X. Parent, E. van der Meyden & L. van der Torre (red.). *Handbook of Deontic Logic and Normative Systems*. College Publications, ss. 195-240.

Hilpinen, R. (red.). (1971). *Deontic Logic: Introductory and Systematic Readings*. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.

Hilpinen, R. (red.). (1981). *New Studies in Deontic Logic Norms, Actions, and the Foundation of Ethics*. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.

Jennings, R. E. (1985). Can There Be a Natural Deontic Logic? *Synthese*, Vol. 65, Nr. 2, ss. 257-273.

Kamp, H. (1973). Free Choice Permission. *Proceedings of the Aristotelian Society*, New Series, Vol. 74, ss. 57-74.

Makinson, D. (1984). Stenius' approach to disjunctive permission. *Theoria*, 50, ss. 138-147.

Merin, A. (1992). Permission Sentences Stand in the Way of Boolean and Other Lattice-Theoretic Semantices. *Journal of Semantics*, 9, ss. 95-162.

Nute, D. (1985). 'Permission'. *Journal of Philosophical Logic*, vol. 14, ss. 169-190.

Parks, R. Z. (1973). Note on an Argument of Von Wright's. *Philosophical Studies*, Vol. 24, Nr. 1, s. 64.

Rönnedal, D. (2010). *An Introduction to Deontic Logic*. Charleston, SC.

Rönnedal, D. (2012). Temporal alethic-deontic logic and semantic tableaux. *Journal of Applied Logic*, 10, 2012, ss. 219-237.

Rönnedal, D. (2012b). *Extensions of Deontic Logic: An Investigation into some Multi-Modal Systems*. Department of Philosophy, Stockholm University.

Rönnedal, D. (2014). Quantified Temporal Alethic-Deontic Logic. *Logic and Logical Philosophy*. DOI: 10.12775/LLP.2014.016. Published online 2014.

Saeboe, K. J. (2001). The Semantics of Scandinavian Free Choice Items. *Linguistics and Philosophy*, Vol. 24, Nr. 6, ss. 737-787.

Schulz, K. (2005). You may read it now or later: A Case Study on the Paradox of Free Choice Permission. Masters Thesis, University of Amsterdam.

Schulz, K. (2005b). A Pragmatic Solution for the Paradox of Free Choice Permission. *Synthese*, Vol. 147, Nr. 2, ss. 343-377.

Simons, M. (2005). Dividing Things Up: The Semantics of Or and the Modal/Or Interaction. *Natural Language Semantics*, 13, ss. 271–316.

Stenius, E. (1982). Ross' paradox and well-formed codices. *Theoria*, 48, ss. 49-77.

Van Rooij, R. (2006). Free Choice Counterfactual Donkeys. *Journal of Semantics*, 23, ss. 383–402.

Van Rooy, R. (2000). Permission to Change. *Journal of Semantics*, 17, pp. 119-145.

Von Wright, G. H. (1968). *An Essay on Deontic Logic and the General Theory of Action*. Amsterdam: North-Holland Publishing Company.

Von Wright, G. H. (1971). Deontic Logic and the Theory of Conditions. I R. Hilpinen (red). *Deontic Logic: Introductory and Systematic Readings*. Dordrecht and Boston: Reidel, ss. 159-177.

Woleński, J. (1980). A Note on Free Choice Permissions. *Archiv für Rechts- und Sozialphilosophie / Archives for Philosophy of Law and Social Philosophy*, Vol. 66, H. 4, ss. 507-510.

Zimmermann, T. E. (2000). Free Choice Disjunction and Epistemic Possibility. *Natural Language Semantics*, 8, ss. 255–290.

Åqvist, L. (1965). Choice-Offering and Alternative-Presenting Disjunctive Commands. *Analysis*, Vol. 25, Nr. 5, ss. 182-184.

Åqvist, L. (1987). *Introduction to Deontic Logic and the Theory of Normative Systems*. Naples: Bibliopolis.

Åqvist (2002). Deontic Logic. In Gabbay & Guenthner (red.) *Handbook of Philosophical Logic*, 2nd Edition, vol. 8, Dordrecht/Boston/London: Kluwer Academic Publishers, ss. 147-264.

Daniel Rönnedal
Filosofiska institutionen
Stockholms universitet
daniel.ronnedal@philosophy.su.se