Värderelationer och Monadiska Normer i Dyadisk Deontisk Logik

Daniel Rönnedal

Abstrakt
Syftet med den här uppsatsen är att undersöka vilka förhållanden som råder mellan värderelationerna *bättre än*, *minst lika bra som*, *lika bra som* etc. och monadiska normer av typen ”Det bör vara fallet att A”, ”Det är tillåtet att A” och ”Det är förbjudet att A” i dyadisk deontisk logik. Jag kommer att bevisa ett antal intressanta teorem och undersöka några argument som går ut på att vår underliggande logik är för stark och/eller för svag, dvs. att vi kan bevisa för många och/eller för få satser med dess hjälp. Jag argumenterar för att dessa argument inte är konklusiva.

1. Introduktion

Syftet med den här uppsatsen är att undersöka vilka förhållanden som råder mellan värderelationerna *bättre än*, *minst lika bra som*, *lika bra som* etc. och monadiska normer av typen ”Det bör vara fallet att A”, ”Det är tillåtet att A” och ”Det är förbjudet att A” i dyadisk deontisk logik. Jag kommer att bevisa ett antal intressanta teorem och undersöka några argument som går ut på att vår underliggande logik är för stark och/eller för svag, dvs. att vi kan bevisa för många och/eller för få satser med dess hjälp. Jag argumenterar för att dessa argument inte är konklusiva.

Många av de teorem vi bevisar i den här uppsatsen är intuitivt rimliga och förefaller vara förenliga med flera olika moralfilosofiska uppfattningar. Ett antal bevisbara satser har emellertid instanser som vid en första anblick kan tycks vara kontraintuitiva. Om några teorem har instanser som inte är sanna, så är antingen de definitioner av de olika värderelationerna vi introducerar i den här uppsatsen orimliga eller också måste vi förkasta den typ av dyadisk deontisk logik vi använder. Min hypotes är att förklaringen till att vissa teorem har instanser som kan tyckas vara kontraintuitiva vid en första anblick är att uttrycken ”bättre än”, ”minst lika bra som”, ”lika bra som” osv. kan användas i fler olika betydelse och att våra teorem är orimliga givet vissa tolkningar. Jag argumenterar emellertid för att definitionerna är plausibla, om

Filosofiska Notiser, Årgång 4, Nr. 1, Januari 2017, 25–57

de förstås på rätt sätt, och att våra intuitioner inte utgör ett tillräckligt skäl att förkasta den typ av dyadisk deontisk logik vi använder i den här uppsatsen.

Dyadisk deontisk logik är en typ av deontisk logik som innehåller särskilda symboler som kan användas för att analysera villkorliga normer av formen: ”Det bör vara fallet att A givet att B är fallet”, ”Det är tillåtet att A givet att B är fallet” och ”Det är förbjudet att A givet att B är fallet”. Med hjälp av dessa symboler kan vi sedan definiera ett antal satsoperatorer som kan användas för att symbolisera värdeuttrycken ”bättre än”, ”minst lika bra som”, ”lika bra som” osv., samt monadiska normativa satser av formen ”Det bör vara fallet att A”, ”Det är tillåtet att A” och ”Det är förbjudet att A”.

Sven Danielsson (1968), Bengt Hansson (1969), Bas van Fraassen (1972), (1973), David Lewis (1973), (1974), Frans von Kutschera (1974) och Lennart Åqvist (1971), (1973), (1987) är några av pionjärerna inom denna gren av logiken. Se också Rescher (1958) och von Wright (1964). Jag har i tidigare arbeten utvecklat en rad semantiska tablåsystem som bl.a. kan användas för att bevisa teorem och analysera och värdera argument i dyadisk deontisk logik (Rönnedal (2009b); se också Rönnedal (2009), (2012), (2015)). I den här uppsatsen använder vi ett av dessa system, det system som kallas ”TG” i Rönnedal (2009b), för att undersöka hur värderelationerna *bättre än*, *minst lika bra som*, *lika bra som* osv. förhåller sig till monadiska normativa satser av formen ”Det bör vara fallet att A”, ”Det är tillåtet att A” och ”Det är förbjudet att A” osv.[1]

Den här uppsatsen är indelad i fyra avsnitt. I avsnitt 2 presenterar jag det dyadiska systemet TG som vi använder i den här uppsatsen för att bevisa olika teorem. Avsnitt 3 innehåller bevis av en mängd intressanta satser som handlar om förhållandena mellan olika värderelationer och monadiska normer. I avsnitt 4 diskuterar jag ett antal argument som går ut på att TG, tillsammans med våra definitioner av uttrycken ”bättre än” osv., är för starkt och/eller för svagt. Jag argumenterar för att dessa inte är konklusiva.

2. Dyadisk deontisk logik

I det här avsnittet går vi igenom den syntax, semantik och bevisteori vi använder i den här uppsatsen (för en mer utförlig framställning av dyadisk

[1] I Rönnedal (2009b) nämner jag några filosofiska skäl varför det är önskvärt att studera dyadisk deontisk logik. Det kanske viktigaste skälet är att vi tycks behöva någon form av dyadisk deontisk logik för att lösa Roderick M. Chisholms s.k. ”contrary-to-duty” paradox (se Chisholm (1963)). (Se också Prior (1954).) Jag skall inte här ta upp detta problem; istället hänvisar jag den intresserade läsaren till Rönnedal (2012, ss. 112–118) för mer information (se också Rönnedal (2012, ss. 118–121) för ytterligare ett par skäl att vara intresserad av dyadisk deontisk logik).

deontisk logik och systemet TG, se Rönnedal (2009b) eller Rönnedal (2012); se också Rönnedal (2015)).

2.1 Syntax
Språket L2 består av följande alfabet och satser.

Alfabet

En mängd satsbokstäver p, q, r, s, p_1, q_1, r_1, s_1, p_2, q_2, r_2, s_2, …
De satslogiska konnektiven $\neg$ (negation), $\wedge$ (konjunktion), $\vee$ (disjunktion), $\rightarrow$ (materiell implikation) och $\leftrightarrow$ (materiell ekvivalens).
Tre deontiska operatorer O, P och F.
T (verum), $\perp$ (falsum), parenteser), (,] och [.
Tre aletiska operatorer $\Box$ (nödvändighet), $\Diamond$ (möjlighet) och $\not\Diamond$ (omöjlighet).

Satser

Språket L2 består av alla satser eller välformade formler (vff) som genereras från följande villkor.

Alla satsbokstäver, T och $\perp$ är vff.
Om A är en sats, så är $\neg$A en sats.
Om A och B är satser, så är (A $\wedge$ B), (A $\vee$ B), (A $\rightarrow$ B) och (A $\leftrightarrow$ B) satser.
Om A och B är vff, så är också O[A]B, P[A]B och F[A]B vff.
Ingenting annat är en sats.

A, B, C, D… representerar godtyckliga satser i språket (inte nödvändigtvis atomära). Parenteser runt välformade formler utelämnas i regel om ingen mångtydighet uppstår eller om den mångtydighet som uppstår är irrelevant i sammanhanget. De ”dyadiska” satserna i språket läses på följande sätt.

O[B]A: Det är obligatoriskt att A givet B.
P[B]A: Det är tillåtet att A givet B.
F[B]A: Det är förbjudet att A givet B.

Definitioner

OA $=_{df}$ O[T]A. PA $=_{df}$ P[T]A. FA $=_{df}$ F[T]A. U[B]A $=_{df}$ $\neg$O[B]A. UA $=_{df}$ U[T]A. K[B]A $=_{df}$ P[B]A $\wedge$ P[B]$\neg$A. KA $=_{df}$ K[T]A. N[B]A $=_{df}$ $\neg$K[B]A (eller $O[B]A \vee O[B]\neg A$). NA $=_{df}$ N[T]A. $O'[B]A =_{df} P[B]T \wedge O[B]A$. $P'[B]A =_{df} \neg O'[B]\neg A$ (eller $O[B]\bot \vee P[B]A$). $F'[B]A =_{df} \neg P'[B]A$ (eller $O'[B]\neg A$ eller $(P[B]T \wedge F[B]A)$). $A \geq B =_{df} O[A \vee B]\bot \vee P[A \vee B]A$ (eller $P[A \vee B]T \rightarrow P[A \vee B]A$ eller $P'[A \vee B]A$). $A > B =_{df} P[A \vee B]T \wedge O[A \vee B]\neg B$ (eller $O'[A \vee B]\neg B$). $A = B =_{df} O[A \vee B]\bot \vee (P[A \vee B]A \wedge P[A \vee B]B)$ (eller $P'[A \vee B]A \wedge P'[A \vee B]B$). $A < B =_{df} B > A$. $A \leq B =_{df} B \geq A$. ”$A > B$” läses ”A är bättre än B”, ”$A \geq B$” läses ”A är minst lika bra som B”, ”$A = B$” läses ”A är lika bra som B”, ”$A < B$” läses ”A är sämre än B”, och ” $A \leq B$” läses ”A är minst lika dålig som B”. När vi säger att A är bättre än B, i den här uppsatsen, menar vi att A är moraliskt bättre än B allt taget i beaktande; de övriga värdeuttrycken tolkas på samma sätt. När vi säger att något är obligatoriskt, menar vi att det är moraliskt obligatoriskt allt taget i beaktande. När vi säger att något är tillåtet, menar vi att det är moraliskt tillåtet allt taget i beaktande, osv.

2.2 Semantik

I Rönnedal (2009b) introduceras två typer av semantik. Vi använder exakt samma semantik i den här uppsatsen. De utvidgade ramarna och modellerna innehåller en preferensrelation mellan möjliga världar. Den intuitiva tanken är att det är sant att det är obligatoriskt att A givet B (O[B]A) om och endast om A är sann i alla de bästa B-världarna, där en B-värld är en möjlig värld i vilken B är sann. Det är sant att det är tillåtet att A givet B (P[B]A) om och endast om A är sann i minst en av de bästa B-världarna. Och det är sant att det är förbjudet att A givet B (F[B]A) om och endast om A inte är sann i någon av de bästa B-världarna.

2.3 Bevisteori

Vi använder exakt samma bevisteori i den här uppsatsen som i Rönnedal (2009b) och (2012). Denna teori bygger på s.k. semantiska tablåer. Om vi vill bevisa en sats A, så skapar vi en semantisk tablå för negationen av A. Om alla grenar i denna tablå är slutna, så är A giltig. Intuitivt innebär detta att antagandet att A är falsk leder till en motsägelse, varför A måste vara sann. Vi använder genomgående systemet TG i våra bevis. Detta är det starkaste systemet som beskrivs i Rönnedal (2009b) och det innehåller alla tablåregler som presenteras i denna uppsats. Många av de satser vi undersöker kan emellertid även bevisas i svagare system.[2]

[2] För mer information om tablåmetoden, se t.ex. Beth (1955), (1959), D’Agostino, Gabbay, Hähnle & Posegga (red.) (1999), Fitting (1972), (1983), (1999), Jeffrey (1967), Kripke (1959), Priest (2008), Rönnedal (2009), (2009b), (2012), Smullyan (1963), (1965), (1966), (1968).

3. Exempel på några teorem

I det här avsnittet kommer vi att bevisa en mängd intressanta satser. Alla teorem handlar om hur de monadiska normativa uttrycken ”Det bör vara fallet att” (eller ”Det är obligatoriskt att”), ”Det är tillåtet att”, ”Det är förbjudet att” (eller ”Det är fel att”) etc., förhåller sig till de komparativa värdeuttrycken ”är bättre än”, ”är minst lika bra som”, ”är lika bra som” osv.

Nr	Teorem	Intuitiv tolkning
(i)	$OA \leftrightarrow (A > \neg A)$	Det bör vara fallet att A omm A är bättre än inte-A.
(ii)	$PA \leftrightarrow (A \geq \neg A)$	Det är tillåtet att A omm A är minst lika bra som inte-A.
(iii)	$FA \leftrightarrow (\neg A > A)$	Det är förbjudet att A omm inte-A är bättre än A.
(iv)	$UA \leftrightarrow (\neg A \geq A)$	Det är oobligatoriskt att A omm inte-A är minst lika bra som A.
(v)	$KA \leftrightarrow (A = \neg A)$	Det är frivilligt att A omm A är lika bra som inte-A.
(vi)	$NA \leftrightarrow \neg(A = \neg A)$	Det är icke-frivilligt att A omm det inte är fallet att A är lika bra som inte-A.

Tabell 1

Teorem 1. Alla satser i tabell 1 är teorem i TG. Vi bevisar del (i) och (ii) och lämnar resten till läsaren.

Bevis. (i) $OA \leftrightarrow (A > \neg A)$

Vänster till höger

$OA \rightarrow (A > \neg A) = O[T]A \rightarrow (P[A \vee \neg A]T \wedge O[A \vee \neg A]\neg\neg A)$

$$\neg(O[T]A \rightarrow (P[A \vee \neg A]T \wedge O[A \vee \neg A]\neg\neg A), 0$$

$$O[T]A, 0$$

$$\neg(P[A \vee \neg A]T \wedge O[A \vee \neg A]\neg\neg A), 0$$

$$\swarrow \qquad\qquad \searrow$$

$\neg P[A \vee \neg A]T, 0$	$\neg O[A \vee \neg A]\neg\neg A, 0$
$O[A \vee \neg A]\neg T, 0$	$P[A \vee \neg A]\neg\neg\neg A, 0$
$A \vee \neg A, 0$	$\Box(T \leftrightarrow (A \vee \neg A)), 0$
$0r_{A \vee \neg A}1$	$O[A \vee \neg A]A, 0$
$\neg T, 1$	$0r_{A \vee \neg A}1$
*	$\neg\neg\neg A, 1$
	$\neg A, 1$
	$A, 1$
	*

I beviset ovan har vi använt ett par hjälpsatser: $A \vee \neg A$ och $\Box(T \leftrightarrow (A \vee \neg A))$. Dessa kan enkelt bevisas i TG. Således kan vi addera dem till vilken öppen tablå som helst, tack vara the Global Assumption Rule (GA) (se Rönnedal

(2009b)). Liknande hjälpsatser används i flera andra bevis nedan. Från och med nu kommer jag att använda GA då det behövs i de olika härledningarna utan att explicit nämna denna regel. Steget $0r_{A\vee\neg A}1$ bevisas med hjälp av regel Tα3 och O[A∨¬A]A med hjälp av DR1 (se Rönnedal (2009b)).

Höger till vänster

(A>¬A)→OA =

(P[A∨¬A]T∧O[A∨¬A]¬¬A)→O[T]A

$$
\begin{array}{c}
\neg((P[A\vee\neg A]T\wedge O[A\vee\neg A]\neg\neg A)\rightarrow O[T]A),\ 0\\
P[A\vee\neg A]T\wedge O[A\vee\neg A]\neg\neg A,\ 0\\
\neg O[T]A,\ 0\\
P[A\vee\neg A]T,\ 0\\
O[A\vee\neg A]\neg\neg A,\ 0\\
P[T]\neg A,\ 0\\
\Box(T\leftrightarrow(A\vee\neg A)),\ 0\\
P[A\vee\neg A]\neg A,\ 0\\
0r_{A\vee\neg A}1\\
\neg A,\ 1\\
\neg\neg A,\ 1\\
*
\end{array}
$$

(ii) PA↔(A≥¬A)

Vänster till höger

PA→(A≥¬A) =

P[T]A→(P[A∨¬A]T→P[A∨¬A]A)

$$
\begin{array}{c}
\neg(P[T]A\rightarrow(P[A\vee\neg A]T\rightarrow P[A\vee\neg A]A)),\ 0\\
P[T]A,\ 0\\
\neg(P[A\vee\neg A]T\rightarrow P[A\vee\neg A]A),\ 0\\
P[A\vee\neg A]T,\ 0\\
\neg P[A\vee\neg A]A,\ 0\\
O[A\vee\neg A]\neg A,\ 0\\
\Box(T\leftrightarrow(A\vee\neg A)),\ 0\\
P[A\vee\neg A]A,\ 0\\
0r_{A\vee\neg A}1\\
A,\ 1\\
\neg A,\ 1\\
*
\end{array}
$$

Höger till vänster

$(A \geq \neg A) \rightarrow PA =$

$(P[A \vee \neg A]T \rightarrow P[A \vee \neg A]A) \rightarrow P[T]A$

$$\begin{array}{c}
\neg((P[A\vee\neg A]T \rightarrow P[A\vee\neg A]A) \rightarrow P[T]A),\ 0 \\
P[A\vee\neg A]T \rightarrow P[A\vee\neg A]A,\ 0 \\
\neg P[T]A,\ 0 \\
O[T]\neg A,\ 0 \\
\swarrow \qquad\qquad \searrow \\
\begin{array}{cc}
\neg P[A\vee\neg A]T,\ 0 & P[A\vee\neg A]A,\ 0 \\
O[A\vee\neg A]\neg T,\ 0 & \Box(T\leftrightarrow(A\vee\neg A)),\ 0 \\
A\vee\neg A,\ 0 & O[A\vee\neg A]\neg A,\ 0 \\
0r_{A\vee\neg A}1 & 0r_{A\vee\neg A}1 \\
\neg T,\ 0 & A,\ 1 \\
* & \neg A,\ 1 \\
 & * \ \blacksquare
\end{array}
\end{array}$$

Nr	Teorem	Informell tolkning
(i)	$OA \rightarrow (A \geq B)$	Om det bör vara fallet att A, så är A minst lika bra som B.
(ii)	$OA \rightarrow \neg(B > A)$	Om det är obligatoriskt att A, så är inte B bättre än A.
(iii)	$(B > A) \rightarrow \neg OA$	Om B är bättre än A, så är det inte obligatoriskt att A.
(iv)	$FA \rightarrow (\neg A \geq B)$	Om det är förbjudet att A, så är inte-A minst lika bra som B.
(v)	$FA \rightarrow \neg(B > \neg A)$	Om det är förbjudet att A, så är B inte bättre än inte-A.
(vi)	$(B > \neg A) \rightarrow PA$	Om B är bättre än inte-A, så är A tillåten.
(vii)	$(B > \neg A) \rightarrow OA$	Om B är bättre än inte-A, så är det obligatoriskt att A.
(viii)	$PA \rightarrow \neg(B > A)$	Om det är tillåtet att A, så är inte B bättre än A.
(ix)	$(B > A) \rightarrow \neg PA$	Om B är bättre än A, så är det inte tillåtet A.
(x)	$PA \rightarrow (A \geq B)$	Om det är tillåtet att A, så är A minst lika bra som B.
(xi)	$\neg(A \geq B) \rightarrow \neg PA$	Om det inte är fallet att A är minst lika bra som B, så är det inte tillåtet att A.
(xii)	$\neg(A \geq B) \rightarrow \neg OA$	Om det inte är fallet att A är minst lika bra som B, så är det inte obligatoriskt att A.
(xiii)	$(B > A) \rightarrow FA$	Om B är bättre än A, så är det förbjudet att A.
(xiv)	$\neg(A \geq B) \rightarrow FA$	Om det inte är fallet att A är minst lika bra som B, så är A förbjuden.

Tabell 2

Teorem 2. Alla satser i tabell 2 är teorem i TG.

Bevis. Vi bevisar del (i), (ii), (vii), (viii), (x) och (xiii) och lämnar resten till läsaren.

(i) $OA \to (A \geq B) =$
$O[T]A \to (P[A \vee B]T \to P[A \vee B]A)$

$$\begin{array}{c}
\neg(O[T]A \to (P[A \vee B]T \to P[A \vee B]A)),\ 0 \\
O[T]A,\ 0 \\
\neg(P[A \vee B]T \to P[A \vee B]A),\ 0 \\
P[A \vee B]T,\ 0 \\
\neg P[A \vee B]A,\ 0 \\
O[A \vee B]\neg A,\ 0 \\
T,\ 0 \\
0r_T1 \\
A,\ 1 \\
\swarrow \qquad\qquad\qquad \searrow \\
\begin{array}{cc}
\begin{array}{c}
A \vee B,\ 1 \\
0r_{T \wedge (A \vee B)}1 \\
\Box((A \vee B) \leftrightarrow (T \wedge (A \vee B))),\ 0 \\
O[T \wedge (A \vee B)]\neg A,\ 0 \\
\neg A,\ 1 \\
*
\end{array} &
\begin{array}{c}
\neg(A \vee B),\ 1 \\
\neg A,\ 1 \\
\neg B,\ 1 \\
* \\
\\
\\
\end{array}
\end{array}
\end{array}$$

(ii) $OA \to \neg(B > A) =$
$O[T]A \to \neg(P[B \vee A]T \wedge O[B \vee A]\neg A)$

$$\begin{array}{c}
\neg(O[T]A \to \neg(P[B \vee A]T \wedge O[B \vee A]\neg A)),\ 0 \\
O[T]A,\ 0 \\
\neg\neg(P[B \vee A]T \wedge O[B \vee A]\neg A),\ 0 \\
P[B \vee A]T \wedge O[B \vee A]\neg A,\ 0 \\
P[B \vee A]T,\ 0 \\
O[B \vee A]\neg A,\ 0 \\
T,\ 0 \\
0r_T1 \\
A,\ 1 \\
\swarrow \qquad\qquad\qquad \searrow \\
\begin{array}{cc}
\begin{array}{c}
B \vee A,\ 1 \\
0r_{T \wedge (B \vee A)}1 \\
\Box((B \vee A) \leftrightarrow (T \wedge (B \vee A))),\ 0 \\
O[T \wedge (B \vee A)]\neg A,\ 0 \\
\neg A,\ 1 \\
*
\end{array} &
\begin{array}{c}
\neg(B \vee A),\ 1 \\
\neg B,\ 1 \\
\neg A,\ 1 \\
* \\
\\
\\
\end{array}
\end{array}
\end{array}$$

I både (i) och (ii) ovan delas tablån upp med hjälp av (CUT) (se Rönnedal (2009b)). I beviset av (i) [(ii)] fås steget $0r_{T\wedge(A\vee B)}1$ [$0r_{T\wedge(B\vee A)}1$] med hjälp av Tα2. I beviset av (i) [(ii)] härleds $O[T\wedge(A\vee B)]\neg A$ [$O[T\wedge(B\vee A)]\neg A$] med hjälp av DR1. Och i båda bevisen får vi nod (8) från noden direkt ovanför med hjälp av Tα3.

(vii) $(B>\neg A)\rightarrow OA = (P[B\vee\neg A]T\wedge O[B\vee\neg A]\neg\neg A)\rightarrow O[T]A$

$$
\begin{array}{c}
\neg((P[B\vee\neg A]T\wedge O[B\vee\neg A]\neg\neg A)\rightarrow O[T]A),\ 0\\
P[B\vee\neg A]T\wedge O[B\vee\neg A]\neg\neg A,\ 0\\
\neg O[T]A,\ 0\\
P[B\vee\neg A]T,\ 0\\
O[B\vee\neg A]\neg\neg A,\ 0\\
P[T]\neg A,\ 0\\
0r_T1\\
\neg A,\ 1\\
\begin{array}{cc}
\swarrow & \searrow\\
B\vee\neg A,\ 1 & \neg(B\vee\neg A),\ 1\\
0r_{T\wedge(B\vee\neg A)}1 & \neg B,\ 1\\
\Box((B\vee\neg A)\leftrightarrow(T\wedge(B\vee\neg A))),\ 0 & \neg\neg A,\ 1\\
O[T\wedge(B\vee\neg A)]\neg\neg A,\ 0 & *\\
\neg\neg A,\ 1 & \\
* &
\end{array}
\end{array}
$$

(viii) $PA\rightarrow\neg(B>A) = P[T]A\rightarrow\neg(P[B\vee A]T\wedge O[B\vee A]\neg A)$

$$
\begin{array}{c}
P[T]A\rightarrow\neg(P[B\vee A]T\wedge O[B\vee A]\neg A),\ 0\\
P[T]A,\ 0\\
\neg\neg(P[B\vee A]T\wedge O[B\vee A]\neg A),\ 0\\
P[B\vee A]T\wedge O[B\vee A]\neg A,0\\
P[B\vee A]T,\ 0\\
O[B\vee A]\neg A,\ 0\\
0r_T1\\
A,\ 1\\
\begin{array}{cc}
\swarrow & \searrow\\
B\vee A,\ 1 & \neg(B\vee A),\ 1\\
0r_{T\wedge(B\vee A)}1 & \neg B,\ 1\\
\Box((B\vee A)\leftrightarrow(T\wedge(B\vee A))),\ 0 & \neg A,\ 1\\
O[T\wedge(B\vee A)]\neg A,\ 0 & *\\
\neg A,\ 1 & \\
* &
\end{array}
\end{array}
$$

(x) $PA \rightarrow (A \geq B) =$
$P[T]A \rightarrow (P[A \vee B]T \rightarrow P[A \vee B]A)$

$$
\begin{array}{ccc}
 & \neg(P[T]A \rightarrow (P[A \vee B]T \rightarrow P[A \vee B]A)), 0 & \\
 & P[T]A, 0 & \\
 & \neg(P[A \vee B]T \rightarrow P[A \vee B]A), 0 & \\
 & P[A \vee B]T, 0 & \\
 & \neg P[A \vee B]A, 0 & \\
 & O[A \vee B]\neg A, 0 & \\
 & 0r_T1 & \\
 & A, 1 & \\
\swarrow & & \searrow \\
A \vee B, 1 & & \neg(A \vee B), 1 \\
0r_{T \wedge (A \vee B)}1 & & \neg A, 1 \\
\Box((A \vee B) \leftrightarrow (T \wedge (A \vee B)), 0 & & \neg B, 1 \\
O[T \wedge (A \vee B)]\neg A, 0 & & * \\
\neg A, 1 & & \\
* & &
\end{array}
$$

(xiii) $(B > A) \rightarrow FA =$
$(P[B \vee A]T \wedge O[B \vee A]\neg A) \rightarrow F[T]A$

$$
\begin{array}{ccc}
 & \neg((P[B \vee A]T \wedge O[B \vee A]\neg A) \rightarrow F[T]A), 0 & \\
 & P[B \vee A]T \wedge O[B \vee A]\neg A, 0 & \\
 & \neg F[T]A, 0 & \\
 & P[B \vee A]T, 0 & \\
 & O[B \vee A]\neg A, 0 & \\
 & P[T]A, 0 & \\
 & 0r_T1 & \\
 & A, 1 & \\
\swarrow & & \searrow \\
B \vee A, 1 & & \neg(B \vee A), 1 \\
0r_{T \wedge (B \vee A)}1 & & \neg B, 1 \\
\Box((B \vee A) \leftrightarrow (T \wedge (B \vee A))), 0 & & \neg A, 1 \\
O[T \wedge (B \vee A)]\neg A, 0 & & * \\
\neg A, 1 & & \\
* \blacksquare & &
\end{array}
$$

Satserna i tabell 2 är intuitivt rimliga. Betrakta t.ex. (i), (ii) och (xiii). (i) $OA \rightarrow (A \geq B)$ kan också läsas ”Om det bör vara fallet att A, så är A minst lika bra som allting (annat)”, (ii) $OA \rightarrow \neg(B > A)$ ”Om det är obligatoriskt att A, så är ingenting (annat) bättre än A”, och (xiii) $(B > A) \rightarrow FA$ ”Om någonting (annat) är bättre än A, så är det förbjudet att A”.

Antag att ”A” och ”B” står för handlingar (eller sakförhållanden som består i att någon utför en handling). Då innebär (i) att handlingen A bör vara fallet endast om denna handling är minst lika bra som varje (annan) handling B. (ii) säger att handlingen A bör vara fallet endast om det inte finns någon (annan) handling B som är bättre än A. Och (xiii) säger att om det finns någon handling B som är bättre än handlingen A, så är A förbjuden. Dessa teorem borde tilltala klassiska konsekvensetiker som anser att endast optimala handlingar är obligatoriska och att alla suboptimala handlingar är förbjudna, även om konsekvensetiken givetvis kan preciseras på en mängd olika sätt. Övriga teorem kan tolkas på liknande vis. (Se dock avsnitt 4.)

Nr	Teorem	Informell tolkning
(i)	$(OA \wedge FB) \rightarrow (A > B)$	Om det är obligatoriskt att A och förbjudet att B, så är A bättre än B.
(ii)	$(PA \wedge FB) \rightarrow (A > B)$	Om det är tillåtet att A och förbjudet att B, så är A bättre än B.
(iii)	$(KA \wedge FB) \rightarrow (A > B)$	Om det är frivilligt att A och förbjudet att B, så är A bättre än B.
(iv)	$(OA \wedge FB) \rightarrow (B < A)$	Om det är obligatoriskt att A och förbjudet att B, så är B sämre än A.
(v)	$(KA \wedge FB) \rightarrow (B < A)$	Om det är frivilligt att A och förbjudet att B, så är B sämre än A.
(vi)	$(PA \wedge FB) \rightarrow (B < A)$	Om det är tillåtet att A och förbjudet att B, så är B sämre än A.
(vii)	$(OA \wedge FB) \rightarrow \neg(A = B)$	Om det är obligatoriskt att A och förbjudet att B, så är A inte lika bra som B.
(viii)	$(KA \wedge FB) \rightarrow \neg(A = B)$	Om det är frivilligt att A och förbjudet att B, så är A inte lika bra som B.
(ix)	$(PA \wedge FB) \rightarrow \neg(A = B)$	Om det är tillåtet att A och förbjudet att B, så är A inte lika bra som B.

Tabell 3

Teorem 3. Alla satser i tabell 3 är teorem i TG.

Bevis. Vi bevisar del (i), (ii) och (iii) och lämnar resten till läsaren.

(i) $(OA \wedge FB) \rightarrow (A > B) = (O[T]A \wedge F[T]B) \rightarrow (P[A \vee B]T \wedge O[A \vee B]\neg B)$

$$
\begin{array}{c}
\neg((O[T]A \wedge F[T]B) \rightarrow (P[A \vee B]T \wedge O[A \vee B]\neg B)), 0 \\
O[T]A \wedge F[T]B, 0 \\
\neg(P[A \vee B]T \wedge O[A \vee B]\neg B), 0 \\
O[T]A, 0 \\
F[T]B, 0 \\
O[T]\neg B, 0 \\
T, 0 \\
\swarrow \qquad \searrow
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{cc}
\neg P[A \vee B]T, 0 & \neg O[A \vee B]\neg B, 0 \\
O[A \vee B]\neg T, 0 & P[A \vee B]\neg\neg B, 0 \\
0r_T1 & 0r_T1 \\
A, 1 & A, 1 \\
A \vee B, 1 & A \vee B, 1 \\
0r_{A \vee B}2 & \Box((A \vee B) \leftrightarrow (T \wedge (A \vee B))), 0 \\
\neg T, 2 & P[T \wedge (A \vee B)]\neg\neg B, 0 \\
* & 0r_{T \wedge (A \vee B)}2 \\
 & \neg\neg B, 2 \\
 & 0r_T2 \\
 & A \vee B, 2 \\
 & \neg B, 2 \\
 & *
\end{array}
$$

Noden $A \vee B$, 1 fås från noden A, 1 med hjälp av en härledd regel. Enligt denna härledda regel kan vi alltid lägga till $A \vee B$, i på en öppen gren i en tablå om vi har A, i på denna gren. Regeln kan enkelt bevisas med hjälp av (CUT). $0r_T2$ och $A \vee B$, 2 på den högra grenen härleds med hjälp av $T\alpha4$.

(ii) $(PA \wedge FB) \rightarrow (A > B) = (P[T]A \wedge F[T]B) \rightarrow (P[A \vee B]T \wedge O[A \vee B]\neg B)$

$$
\begin{array}{c}
\neg((P[T]A \wedge F[T]B) \rightarrow (P[A \vee B]T \wedge O[A \vee B]\neg B)), 0 \\
P[T]A \wedge F[T]B, 0 \\
\neg(P[A \vee B]T \wedge O[A \vee B]\neg B), 0 \\
P[T]A, 0 \\
F[T]B, 0 \\
O[T]\neg B, 0 \\
\swarrow \qquad \searrow
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{cc}
\neg P[A \vee B]T, 0 & \neg O[A \vee B]\neg B, 0
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{cc}
O[A\vee B]\neg T, 0 & P[A\vee B]\neg\neg B, 0 \\
0r_{T}1 & 0r_{T}1 \\
A, 1 & A, 1 \\
A\vee B, 1 & A\vee B, 1 \\
0r_{A\vee B}2 & \Box((A\vee B)\leftrightarrow(T\wedge(A\vee B)), 0 \\
\neg T, 2 & P[T\wedge(A\vee B)]\neg\neg B, 0 \\
* & 0r_{T\wedge(A\vee B)}2 \\
 & \neg\neg B, 2 \\
 & 0r_{T}2 \\
 & A\vee B, 2 \\
 & \neg B, 2 \\
 & *
\end{array}
$$

(iii) $(KA\wedge FB)\rightarrow(A>B) =$
$((P[T]A\wedge P[T]\neg A)\wedge F[T]B)\rightarrow(P[A\vee B]T\wedge O[A\vee B]\neg B)$

$$
\begin{array}{c}
\neg(((P[T]A\wedge P[T]\neg A)\wedge F[T]B)\rightarrow(P[A\vee B]T\wedge O[A\vee B]\neg B)), 0 \\
(P[T]A\wedge P[T]\neg A)\wedge F[T]B, 0 \\
\neg(P[A\vee B]T\wedge O[A\vee B]\neg B), 0 \\
P[T]A\wedge P[T]\neg A, 0 \\
F[T]B, 0 \\
P[T]A, 0 \\
P[T]\neg A, 0 \\
O[T]\neg B, 0 \\
\swarrow \qquad\qquad \searrow
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{cc}
\neg P[A\vee B]T, 0 & \neg O[A\vee B]\neg B, 0 \\
O[A\vee B]\neg T, 0 & P[A\vee B]\neg\neg B, 0 \\
0r_{T}1 & 0r_{T}1 \\
A, 1 & A, 1 \\
A\vee B, 1 & A\vee B, 1 \\
0r_{A\vee B}2 & \Box((A\vee B)\leftrightarrow(T\wedge(A\vee B)), 0 \\
\neg T, 2 & P[T\wedge(A\vee B)]\neg\neg B, 0 \\
* & 0r_{T\wedge(A\vee B)}2 \\
 & \neg\neg B, 2 \\
 & 0r_{T}2 \\
 & A\vee B, 2 \\
 & \neg B, 2 \\
 & * \ \blacksquare
\end{array}
$$

Nr	Teorem	Nr	Teorem
(i)	$((OA \lor KA \lor PA) \land FB) \to (A > B)$	(iv)	$((OA \lor KA \lor PA) \land FB) \to \neg(B \geq A)$
(ii)	$((OA \lor KA \lor PA) \land FB) \to \neg(A = B)$	(v)	$((OA \lor KA \lor PA) \land FB) \to \neg(B = A)$
(iii)	$((OA \lor KA \lor PA) \land FB) \to (B < A)$	(vi)	$((OA \lor KA \lor PA) \land FB) \to \neg(A \leq B)$

Tabell 4

Teorem 4. Alla satser i tabell 4 är teorem i TG.

Bevis. Dessa satser kan enkelt bevisas med hjälp av teoremen i tabell 3.

Nr	Teorem	Informell tolkning
(i)	$(OA \land (A = B)) \to PB$	Om det är obligatoriskt att A och A är lika bra som B, så är det tillåtet att B.
(ii)	$(PA \land (A = B)) \to PB$	Om det är tillåtet att A och A är lika bra som B, så är det tillåtet att B.
(iii)	$(KA \land (A = B)) \to PB$	Om det är frivilligt att A och A är lika bra som B, så är det tillåtet att B.

Tabell 5

Teorem 5. Alla satser i tabell 5 är teorem i TG.

Bevis. Vi bevisar del (ii) och lämnar (i) och (iii) till läsaren.

(ii) = $(P[T]A \land (O[A \lor B]\bot \lor (P[A \lor B]A \land P[A \lor B]B))) \to P[T]B$

$$
\begin{array}{c}
\neg((P[T]A \land (O[A \lor B]\bot \lor (P[A \lor B]A \land P[A \lor B]B))) \to P[T]B),\ 0 \\
P[T]A,\ 0 \\
O[A \lor B]\bot \lor (P[A \lor B]A \land P[A \lor B]B),\ 0 \\
\neg P[T]B,\ 0 \\
O[T]\neg B,\ 0 \\
0r_T1 \\
A,\ 1 \\
\neg B,\ 1
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{lll}
 & A \lor B,\ 1 & \neg(A \lor B),\ 1 \\
 & & \neg A,\ 1 \\
O[A \lor B]\bot,\ 0 & P[A \lor B]A \land P[A \lor B]B,\ 0 & \neg B,\ 1 \\
0r_{A \lor B}2 & P[A \lor B]A,\ 0 & * \\
\bot,\ 2 & P[A \lor B]B,\ 0 & \\
* & \Box((T \land (A \lor B)) \leftrightarrow (A \lor B)),\ 0 & \\
 & P[T \land (A \lor B)]B,\ 0 & \\
 & 0r_{T \land (A \lor B)}2 & \\
 & B,\ 2 & \\
 & 0r_T2 & \\
 & A \lor B,\ 2 & \\
 & \neg B,\ 2 & \\
 & * \ \blacksquare &
\end{array}
$$

Nr	Teorem	Informell tolkning
(i)	$(FA\wedge(A=B))\rightarrow FB$	Om det är förbjudet att A och A och B är lika bra, så är B förbjuden.
(ii)	$(OA\wedge(\neg A=\neg B))\rightarrow OB$	Om det är obligatoriskt att A och inte-A är lika bra som inte-B, så är det obligatoriskt att B.
(iii)	$(UA\wedge(\neg B=\neg A))\rightarrow UB$	Om det är oobligatoriskt att A och inte-B är lika bra som inte-A, så är det oobligatoriskt att B.
(iv)	$(FA\wedge(\neg B=\neg A))\rightarrow UB$	Om det är förbjudet att A och inte-B är lika bra som inte-A, så är det oobligatoriskt att B.

Tabell 6

Teorem 6. Alla satser i tabell 6 är teorem i TG.

Bevis. Vi bevisar del (i) och (ii) och lämnar resten till läsaren.

(i) $(F[T]A\wedge(O[A\vee B]\bot\vee(P[A\vee B]A\wedge P[A\vee B]B)))\rightarrow F[T]B$

$$\neg((F[T]A\wedge(O[A\vee B]\bot\vee(P[A\vee B]A\wedge P[A\vee B]B)))\rightarrow F[T]B),\ 0$$
$$F[T]A,\ 0$$
$$O[A\vee B]\bot\vee(P[A\vee B]A\wedge P[A\vee B]B),\ 0$$
$$\neg F[T]B,\ 0$$
$$O[T]\neg A,\ 0$$
$$P[T]B,\ 0$$
$$0r_T1$$
$$B,\ 1$$
$$\neg A,\ 1$$

	↙	↘
	$A\vee B,\ 1$	$\neg(A\vee B),\ 1$
↙	↘	$\neg A,\ 1$
$O[A\vee B]\bot$	$P[A\vee B]A\wedge P[A\vee B]B,\ 0$	$\neg B,\ 1$
$0r_{A\vee B}2$	$P[A\vee B]A,\ 0$	*
$\bot,\ 2$	$P[A\vee B]B,\ 0$	
*	$\Box((T\wedge(A\vee B))\leftrightarrow(A\vee B)),\ 0$	
	$P[T\wedge(A\vee B)]A,\ 0$	
	$0r_{T\wedge(A\vee B)}2$	
	$A,\ 2$	
	$0r_T2$	
	$A\vee B,\ 2$	
	$\neg A,\ 2$	
	*	

$(OA\wedge(\neg A=\neg B))\rightarrow OB$ =

$(O[T]A\wedge(O[\neg A\vee\neg B]\bot\vee(P[\neg A\vee\neg B]\neg A\wedge P[\neg A\vee\neg B]\neg B)))\rightarrow O[T]B$

$\neg((O[T]A\wedge(O[\neg A\vee\neg B]\bot\vee(P[\neg A\vee\neg B]\neg A\wedge P[\neg A\vee\neg B]\neg B)))\rightarrow O[T]B), 0$

$O[T]A\wedge(O[\neg A\vee\neg B]\bot\vee(P[\neg A\vee\neg B]\neg A\wedge P[\neg A\vee\neg B]\neg B)), 0$

$\neg O[T]B, 0$

$O[T]A, 0$

$O[\neg A\vee\neg B]\bot\vee(P[\neg A\vee\neg B]\neg A\wedge P[\neg A\vee\neg B]\neg B), 0$

$P[T]\neg B, 0$

$0r_T1$

$\neg B, 1$

$A, 1$

$\neg A\vee\neg B, 1$		$\neg(\neg A\vee\neg B), 1$
		$\neg\neg A, 1$
$O[\neg A\vee\neg B]\bot, 0$	$P[\neg A\vee\neg B]\neg A\wedge P[\neg A\vee\neg B]\neg B, 0$	$\neg\neg B, 1$
$0r_{\neg A\vee\neg B}2$	$P[\neg A\vee\neg B]\neg A, 0$	*
$\bot, 2$	$P[\neg A\vee\neg B]\neg B, 0$	
*	$\Box((T\wedge(\neg A\vee\neg B))\leftrightarrow(\neg A\vee\neg B)), 0$	
	$P[T\wedge(\neg A\vee\neg B)]\neg A, 0$	
	$0r_{T\wedge(\neg A\vee\neg B)}2$	
	$\neg A, 2$	
	$0r_T2$	
	$\neg A\vee\neg B, 2$	
	$A, 2$	
	* ■	

Nr	Teorem	Informell tolkning
(i)	$(OA\wedge\neg(B=A))\rightarrow\neg OB$	Om det är obligatoriskt att A och B inte är lika bra som A, så är det inte obligatoriskt att B.
(ii)	$(PA\wedge\neg(B=A))\rightarrow\neg PB$	Om det är tillåtet att A och B inte är lika bra som A, så är B inte tillåten.
(iii)	$(KA\wedge\neg(B=A))\rightarrow\neg KB$	Om det är frivilligt att A och B inte är lika bra som A, så är det inte frivilligt att B.
(iv)	$(OA\wedge\neg(B=A))\rightarrow\neg KB$	Om det är obligatoriskt att A och B inte är lika bra som A, så är B inte frivillig.
(v)	$(OA\wedge\neg(B=A))\rightarrow\neg PB$	Om det är obligatoriskt att A och B inte är lika bra som A, så är det inte tillåtet att B.

(vi)	$(PA\wedge\neg(B=A))\rightarrow\neg KB$	Om det är tillåtet att A och B inte är lika bra som A, så är det inte frivilligt att B.
(vii)	$(KA\wedge\neg(B=A))\rightarrow\neg OB$	Om det är frivilligt att A och B inte är lika bra som A, så är B inte obligatorisk.
(viii)	$(PA\wedge\neg(B=A))\rightarrow\neg OB$	Om det är tillåtet att A och B inte är lika bra som A, så är B inte obligatorisk.
(ix)	$(KA\wedge\neg(B=A))\rightarrow\neg PB$	Om det är frivilligt att A och B inte är lika bra som A, så är B inte tillåten.

Tabell 7

Teorem 7. Alla satser i tabell 7 är teorem i TG.

Bevis. Vi bevisar del (i) och lämnar resten till läsaren.

$(OA\wedge\neg(A=B))\rightarrow\neg OB =$

$(O[T]A\wedge\neg(O[A\vee B]\bot\vee(P[A\vee B]A\wedge P[A\vee B]B)))\rightarrow\neg O[T]B$

$$\neg((O[T]A\wedge\neg(O[A\vee B]\bot\vee(P[A\vee B]A\wedge P[A\vee B]B)))\rightarrow\neg O[T]B),\ 0$$
$$(O[T]A\wedge\neg(O[A\vee B]\bot\vee(P[A\vee B]A\wedge P[A\vee B]B)),\ 0$$
$$\neg\neg O[T]B$$
$$O[T]A,\ 0$$
$$\neg(O[A\vee B]\bot\vee(P[A\vee B]A\wedge P[A\vee B]B)),\ 0$$
$$O[T]B,\ 0$$
$$\neg O[A\vee B]\bot,\ 1$$
$$\neg(P[A\vee B]A\wedge P[A\vee B]B),\ 1$$
$$T,\ 0$$

↙	↘
$\neg P[A\vee B]A,\ 0$	$\neg P[A\vee B]B,\ 0$
$O[A\vee B]\neg A,\ 0$	$O[A\vee B]\neg B,\ 0$
$0r_T1$	$0r_T1$
$A,\ 1$	$B,\ 1$
$A\vee B,\ 1$	$A\vee B,\ 1$
$0r_{T\wedge(A\vee B)}1$	$0r_{T\wedge(A\vee B)}1$
$\Box((T\wedge(A\vee B))\leftrightarrow(A\vee B)),\ 0$	$\Box((T\wedge(A\vee B))\leftrightarrow(A\vee B)),\ 0$
$O[T\wedge(A\vee B)]\neg A,\ 0$	$O[T\wedge(A\vee B)]\neg B,\ 0$
$\neg A,\ 1$	$\neg B,\ 1$
*	* ■

Nr	Teorem	Informell tolkning
(i)	$(OA \wedge OB) \rightarrow (A = B)$	Om det är obligatoriskt att A och obligatoriskt att B, så är A lika bra som B.
(ii)	$(PA \wedge PB) \rightarrow (A = B)$	Om det är tillåtet att A och tillåtet att B, så är A lika bra som B.
(iii)	$(KA \wedge KB) \rightarrow (A = B)$	Om det är frivilligt att A och frivilligt att B, så är A lika bra som B.
(iv)	$(OA \wedge KB) \rightarrow (A = B)$	Om det är obligatoriskt att A och frivilligt att B, så är A lika bra som B.
(v)	$(OA \wedge PB) \rightarrow (A = B)$	Om det är obligatoriskt att A och tillåtet att B, så är A lika bra som B.
(vi)	$(PA \wedge KB) \rightarrow (A = B)$	Om det är tillåtet att A och frivilligt att B, så är A lika bra som B.
(vii)	$(KA \wedge OB) \rightarrow (A = B)$	Om det är frivilligt att A och det är obligatoriskt att B, så är A lika bra som B.
(viii)	$(PA \wedge OB) \rightarrow (A = B)$	Om det är tillåtet att A och obligatoriskt att B, så är A lika bra som B.
(ix)	$(KA \wedge PB) \rightarrow (A = B)$	Om det är frivilligt att A och tillåtet att B, så är A lika bra som B.

Tabell 8

Teorem 8. Alla satser i tabell 8 är teorem i TG.

Bevis. I avsnitt 4 bevisar jag del (i) och (ii). Resten lämnas till läsaren.

Nr	Teorem	Informell tolkning
(i)	$(FA \wedge FB) \rightarrow (\neg A = \neg B)$	Om det är förbjudet att A och förbjudet att B, så är inte-A lika bra som inte-B.
(ii)	$(UA \wedge UB) \rightarrow (\neg A = \neg B)$	Om det är oobligatoriskt att A och oobligatoriskt att B, så är inte-A lika bra som inte-B.
(iii)	$(KA \wedge KB) \rightarrow (\neg A = \neg B)$	Om det är frivilligt att A och frivilligt att B, så är inte-A lika bra som inte-B.
(iv)	$(FA \wedge KB) \rightarrow (\neg A = \neg B)$	Om det är förbjudet att A och frivilligt att B, så är inte-A lika bra som inte-B.
(v)	$(FA \wedge UB) \rightarrow (\neg A = \neg B)$	Om det är förbjudet att A och oobligatoriskt att B, så är inte-A lika bra som inte-B.
(vi)	$(UA \wedge KB) \rightarrow (\neg A = \neg B)$	Om det är oobligatoriskt att A och frivilligt att B, så är inte-A lika bra som inte-B.
(vii)	$(KA \wedge FB) \rightarrow (\neg A = \neg B)$	Om det är frivilligt att A och det är förbjudet att B, så är inte-A lika bra som inte-B.

(viii)	$(UA \wedge FB) \rightarrow (\neg A = \neg B)$	Om det är oobligatoriskt att A och förbjudet att B, så är inte-A lika bra som inte-B.
(ix)	$(KA \wedge UB) \rightarrow (\neg A = \neg B)$	Om det är frivilligt att A och oobligatoriskt att B, så är inte-A lika bra som inte-B.

Tabell 9

Nr	Teorem
(i)	$((OA \vee KA \vee PA) \wedge (OB \vee KB \vee PB)) \rightarrow (A = B)$
(ii)	$((OA \vee KA \vee PA) \wedge \neg(A = B)) \rightarrow (\neg OB \wedge \neg KB \wedge \neg PB)$
(iii)	$((OA \vee KA \vee PA) \wedge (B = A)) \rightarrow PB$
(iv)	$(OA \vee KA \vee PA) \rightarrow ((B = A) \rightarrow PB)$
(v)	$((OA \vee KA \vee PA) \wedge \neg(B = A)) \rightarrow FB$
(vi)	$(OA \vee KA \vee PA) \rightarrow (\neg(B = A) \rightarrow FB)$
(vii)	$(OA \vee KA \vee PA) \rightarrow (PB \rightarrow (B = A))$
(viii)	$(OA \vee KA \vee PA) \rightarrow (PB \leftrightarrow (B = A))$

Tabell 10

Nr	Teorem
(i)	$((FA \vee KA \vee UA) \wedge (FB \vee KB \vee UB)) \rightarrow (\neg A = \neg B)$
(ii)	$((FA \vee KA \vee UA) \wedge \neg(\neg A = \neg B)) \rightarrow (\neg FB \wedge \neg KB \wedge \neg UB)$
(iii)	$((FA \vee KA \vee UA) \wedge (\neg B = \neg A)) \rightarrow UB$
(iv)	$(FA \vee KA \vee UA) \rightarrow ((\neg B = \neg A) \rightarrow UB)$
(v)	$((FA \vee KA \vee UA) \wedge \neg(\neg B = \neg A)) \rightarrow OB$
(vi)	$(FA \vee KA \vee UA) \rightarrow (\neg(\neg B = \neg A) \rightarrow OB)$
(vii)	$(FA \vee KA \vee UA) \rightarrow (UB \rightarrow (\neg B = \neg A))$
(viii)	$(FA \vee KA \vee UA) \rightarrow (UB \leftrightarrow (\neg B = \neg A))$

Tabell 11

Nr	Teorem	Informell tolkning
(i)	$(FA \wedge \neg FB) \rightarrow (B > A)$	Om det är förbjudet att A och det inte är förbjudet att B, så är B bättre än A.
(ii)	$(PA \wedge \neg PB) \rightarrow (A > B)$	Om det är tillåtet att A och det inte är tillåtet att B, så är A bättre än B.
(iii)	$(FA \wedge \neg FB) \rightarrow \neg(A = B)$	Om det är förbjudet att A och det inte är förbjudet att B, så är A inte lika bra som B.
(iv)	$(PA \wedge \neg PB) \rightarrow \neg(A = B)$	Om det är tillåtet att A och det inte är tillåtet att B, så är A inte lika bra som B.

Tabell 12

Nr	Teorem	Informell tolkning
(i)	$(A = B) \rightarrow (FA \leftrightarrow FB)$	Om A och B är lika bra, så är A förbjuden om och endast om B är förbjuden.
(ii)	$(A = B) \rightarrow (PA \leftrightarrow PB)$	Om A och B är lika bra, så är det tillåtet att A om och endast om det är tillåtet att B.
(iii)	$(\neg A = \neg B) \rightarrow (OA \leftrightarrow OB)$	Om inte-A och inte-B är lika bra, så är det obligatoriskt att A om och endast om det är obligatoriskt att B.
(iv)	$(\neg A = \neg B) \rightarrow (UA \leftrightarrow UB)$	Om inte-A och inte-B är lika bra, så är A oobligatorisk om och endast B är oobligatorisk.

Tabell 13

Teorem 9. Alla satser i tabellerna 9 till 13 är teorem i TG.

Bevis. Vi bevisar del (i) i tabell 13 och lämnar resten till läsaren.

(i) = $(O[A\vee B]\bot \vee (P[A\vee B]A \wedge P[A\vee B]B)) \rightarrow (F[T]A \leftrightarrow F[T]B)$

$\neg((O[A\vee B]\bot \vee (P[A\vee B]A \wedge P[A\vee B]B)) \rightarrow (F[T]A \leftrightarrow F[T]B)), 0$
$O[A\vee B]\bot \vee (P[A\vee B]A \wedge P[A\vee B]B), 0$
$\neg(F[T]A \leftrightarrow F[T]B), 0$

↙ ↘

$F[T]A, 0$	$\neg F[T]A, 0$
$\neg F[T]B, 0$	$F[T]B, 0$
$O[T]\neg A, 0$	$P[T]A, 0$
$P[T]B, 0$	$O[T]\neg B, 0$
$0r_T1$	$0r_T1$
$B, 1$	$A, 1$
$A\vee B, 1$	$A\vee B, 1$
$0r_{A\vee B}2$	$0r_{A\vee B}2$
↙ ↘	↙ ↘

$O[A\vee B]\bot, 0$	$P[A\vee B]A\wedge$	$O[A\vee B]\bot, 0$	$P[A\vee B]A\wedge$
$\bot, 2$	$P[A\vee B]B, 0$	$\bot, 2$	$P[A\vee B]B, 0$
*	$P[A\vee B]A, 0$	*	$P[A\vee B]A, 0$
	$P[A\vee B]B, 0$		$P[A\vee B]B, 0$
	$\Box((T\wedge(A\vee B))$		$\Box((T\wedge(A\vee B))$
	$\leftrightarrow(A\vee B)), 0$		$\leftrightarrow(A\vee B)), 0$
	$P[T\wedge(A\vee B)]A, 0$		$P[T\wedge(A\vee B)]B, 0$
	$0r_{T\wedge(A\vee B)}3$		$0r_{T\wedge(A\vee B)}3$
	$A, 3$		$B, 3$
	$0r_T3$		$0r_T3$
	$A\vee B, 3$		$A\vee B, 3$
	$\neg A, 3$		$\neg B, 3$
	*		* ■

4. Några problem

Många av de teorem vi har härlett ovan är intuitivt tilltalande. Men det finns också en del satser som är problematiska. De definitioner av värdeuttrycken ”bättre än”, ”minst lika bra som”, ”lika bra som” etc. som vi har använt i den här uppsatsen och de teorem vi har härlett med hjälp av dem i systemet TG är inte uppenbart korrekta eller sanna. I det här avsnittet skall jag ta upp några argument som går ut på att vi antingen bör förkasta dessa definitioner eller överge systemet TG. Även om vi bör ta dessa argument på allvar, kommer jag att argumentera för att de inte är konklusiva.

Det kan finnas två typer av problem med ett logiskt system, såsom TG: det kan vara för starkt och det kan vara för svagt. Ett system är för starkt om vi kan bevisa för mycket i det; det är för svagt om vi kan bevisa för litet. Detta kan förstås på åtminstone två sätt, beroende på om vi talar om formell eller informell styrka och svaghet. Ett system är formellt för starkt om det går att bevisa satser som inte är logiskt sanna enligt systemets formella semantik, och det är för svagt om det inte går att bevisa alla satser som är logiskt sanna enligt den formella semantiken. Ett system är informellt för starkt om det går att bevisa satser som har instanser som är intuitivt orimliga, och det är för svagt om det inte går att bevisa alla satser som är intuitivt giltiga. Systemet TG är inte formellt för starkt. Det visar de tekniska resultaten i Rönnedal (2009b). Huruvida det är formellt för svagt eller inte är en öppen fråga.

I det här avsnittet skall jag undersöka några argument som talar för att TG både är informellt för starkt och för svagt. Jag skall ta upp tre argument som hävdar att det går att bevisa satser i TG som har instanser som är intuitivt orimliga (varianter av argument 2 och 3 diskuteras mer ingående i Rönnedal (201X)), och jag kommer att gå igenom två argument som försöker visa att vi inte kan bevisa alla satser som är intuitivt giltigt i TG. Om de här argumenten är giltiga och våra intuitioner är tillförlitliga, måste vi antingen förkasta de definitioner av värdeuttrycken ”bättre än”, ”minst lika bra som”, ”lika bra som” etc. som vi använder i den här uppsatsen och/eller ge upp systemet TG.

Att ett system inte är tillräckligt starkt är inte ett konklusivt argument emot det. I satslogiken kan vi t.ex. inte bevisa alla satser som är teorem i predikatlogiken och som är intuitivt giltiga. Detta innebär inte att satslogiken bör förkastas. Genom att lägga till regler eller axiom till satslogiken kan man bevisa även alla predikatlogiska sanningar. På samma sätt kan det förhålla sig med systemet TG. Antag att argumenten nedan är hållbara och att vi inte kan bevisa alla satser som är intuitivt giltiga. Även om det skulle vara fallet, så medför inte det att vi bör förkasta TG. Kanske kan vi då lägga till vissa regler eller axiom som gör att det inte längre är informellt för svagt. En sådan lösning på problemen har någonting ad hoc över sig och tycks inte vara helt tillfredsställande. Så om det går att visa att argumenten inte är hållbara tycks det vara att föredra.

Vi skall börja med att undersöka argumenten som talar för att TG, tillsammans med våra definitioner av värdeuttrycken ”bättre än” osv., är för starkt.

Argument 1

Vi nämnde ovan att $(OA \wedge OB) \rightarrow (A = B)$ är ett teorem i TG. Här är ett bevis.

$(OA \wedge OB) \rightarrow (A = B) =$

$(O[T]A \wedge O[T]B) \rightarrow (O[A \vee B]\bot \vee (P[A \vee B]A \wedge P[A \vee B]B))$

$$\neg((O[T]A \wedge O[T]B) \rightarrow (O[A \vee B]\bot \vee (P[A \vee B]A \wedge P[A \vee B]B))), 0$$
$$O[T]A \wedge O[T]B, 0$$
$$\neg(O[A \vee B]\bot \vee (P[A \vee B]A \wedge P[A \vee B]B)), 0$$
$$O[T]A, 0$$
$$O[T]B, 0$$
$$\neg O[A \vee B]\bot, 0$$
$$\neg(P[A \vee B]A \wedge P[A \vee B]B), 0$$
$$T, 0$$

↙	↘
$\neg P[A \vee B]A, 0$	$\neg P[A \vee B]B, 0$
$O[A \vee B]\neg A, 0$	$O[A \vee B]\neg B, 0$
$0r_T1$	$0r_T1$
$A, 1$	$B, 1$
$A \vee B, 1$	$A \vee B, 1$
$0r_{T \wedge (A \vee B)}1$	$0r_{T \wedge (A \vee B)}1$
$\Box((T \wedge (A \vee B)) \leftrightarrow (A \vee B)), 0$	$\Box((T \wedge (A \vee B)) \leftrightarrow (A \vee B)), 0$
$O[T \wedge (A \vee B)]\neg A, 0$	$O[T \wedge (A \vee B)]\neg B, 0$
$\neg A, 1$	$\neg B, 1$
*	*

Men denna sats har problematiska instanser. Antag att $(OA \wedge OB) \rightarrow (A = B)$ är giltig, att du bör tacka artigt för hjälpen och att du bör se till att din son inte svälter ihjäl. Då följer det att det är lika bra att du tackar artigt för hjälpen som att du ser till att din son inte svälter ihjäl. Men detta är kontraintuitivt. Det är inte lika bra att du tackar artigt för hjälpen som att du ser till att din son inte svälter ihjäl. Det är bättre att du ser till att din son inte svälter ihjäl än att du tackar artigt för hjälpen. Och om A är bättre än B, så är A och B inte lika bra. Med andra ord tycks följande mängd satser vara konsistent.

Satsmängd 1
1.1 Du bör tacka artigt för hjälpen.
1.2 Du bör se till att din son inte svälter ihjäl.
1.3 Det är inte fallet att det är lika bra att du tackar artigt för hjälpen som att du ser till att din son inte svälter ihjäl.

Låt p = ”Du tackar artigt för hjälpen”, q = ”Du ser till att din son inte svälter ihjäl”. Då kan vi symbolisera satsmängd 1 på följande sätt: (1.1) Op, (1.2) Oq, (1.3) $\neg(p = q)$. Men om det är möjligt att alla dessa satser är sanna, så kan inte $(OA \wedge OB) \rightarrow (A=B)$ vara giltig. Och om $(OA \wedge OB) \rightarrow (A=B)$ inte är giltig, så är det antingen något fel på vår definition av ”lika bra som” eller på systemet TG.

Kan detta argument bemötas och i så fall hur? Anledningen till att (1.3) tycks vara sann förefaller vara att det tycks vara bättre att du ser till att din son inte svälter ihjäl än att du tackar artigt för hjälpen. Min hypotes är att ”bättre än” kan användas i flera olika betydelser. Och enlig minst två olika tolkningar av detta uttryck tycks det vara sant att det är bättre att du ser till att din son inte svälter ihjäl än att du tackar artigt för hjälpen. Från detta följer det emellertid inte att detsamma gäller för den interpretation av ”bättre än” som vi använder i den här uppsatsen.

Enligt den första tolkningen betyder ”A är bättre än B” att A i sig är bättre än B i sig. Och i denna mening tycks det vara bättre att du ser till att din son inte svälter ihjäl än att du tackar artigt för hjälpen. Att A är bättre i sig än B i sig, medför dock inte att A allt taget i beaktande är (moraliskt) bättre än B. Det kan t.ex. vara bättre i sig att du inte går till tandläkaren än att du går till tandläkaren, eftersom det innebär ett visst obehag att gå till tandläkaren. Men detta innebär inte att det allt taget i beaktande är bättre att du inte går till tandläkaren än att du går till tandläkaren. Allt taget i beaktande är det bättre att du går till tandläkaren än att du inte går till tandläkaren. För om du inte går till tandläkaren kommer du att få svår tandvärk och kanske tvingas dra ut en tand. Men vi talar i den här uppsatsen om allt taget i beaktande moraliska värderelationer. Att det tycks vara bättre i sig att du ser till att din son inte svälter ihjäl än att du tackar artigt för hjälpen, bevisar därför inte att det inte är fallet att det allt taget i beaktande är fallet att det är (moraliskt) lika bra att du tackar artigt för hjälpen som att du ser till att din son inte svälter ihjäl.

Enligt den andra tolkningen betyder ”A är bättre än B” att om du är tvungen att välja mellan A och B, så bör du välja A. Och i denna mening tycks det vara bättre att du ser till att din son inte svälter ihjäl än att du tackar artigt för hjälpen. Om du är tvungen att välja mellan att tacka artigt för hjälpen och att se till att din son inte svälter ihjäl, så bör du se till att din son inte svälter ihjäl. Men notera att om du är tvungen att välja mellan A och B, om det inte är möjligt att både A och B är sanna, så kan inte både A och B vara obligatoriska: $\neg\Diamond(A \wedge B) \rightarrow \neg(OA \wedge OB)$ är ett teorem i TG. Så om det är omöjligt att du tackar artigt för hjälpen och ser till att din son inte svälter ihjäl, och det är obligatoriskt att du ser till att din son inte svälter ihjäl, så är det inte obligatoriskt att du tackar artigt för hjälpen. Antag att du bör tacka artigt för hjälpen och att du bör se till att din son inte svälter ihjäl. Då följer det att det är möjligt att du både tackar artigt för hjälpen och ser till att din son inte svälter ihjäl. Givet dessa antaganden är det inte rimligt att påstå att du måste välja mellan att antingen tacka artigt för hjälpen och att se till att din son inte svälter ihjäl. Med andra ord, även om det är sant att du bör se till att din son inte svälter ihjäl om du måste välja mellan att tacka artigt för hjälpen och se till att din son inte svälter ihjäl, och det i denna mening är bättre att du ser till att din son inte svälter ihjäl än att du tackar artigt för hjälpen, så följer det inte att det allt taget i beaktande är (moraliskt) bättre att du ser till att din son inte svälter ihjäl än att du tackar artigt för hjälpen. Om du bör tacka artigt för hjälpen och du bör se till att din son inte svälter ihjäl, så är det möjligt att göra båda sakerna.

När vi säger att A är bättre än B eller att A och B är lika bra i den här uppsatsen, så talar vi om allt taget i beaktande (moraliska) värderelationer. Och om vi förstår våra värdeuttryck på detta sätt, är det inte alls uppenbart att det är möjligt att alla satser i satsmängd 1 kan vara sanna. Tvärtom, om det allt taget i beaktande (moraliskt) bör vara fallet att A och det allt taget i beaktande (moraliskt) bör vara fallet att B, så tycks det också som om A och B allt taget i beaktande är (moraliskt) lika bra. Argument 1 tycks därför inte vara konklusivt.

Argument 2

Vi har ovan bevisat att $(OA \wedge OB) \rightarrow (A = B)$ är ett teorem i TG. Byt ut A mot $\neg A$ och B mot $\neg B$. Då får vi $(O\neg A \wedge O\neg B) \rightarrow (\neg A = \neg B)$. Eftersom $O\neg A$ är logiskt ekvivalent med FA, följer det att också $(FA \wedge FB) \rightarrow (\neg A = \neg B)$ är ett teorem i TG. Men denna sats har, liksom $(OA \wedge OB) \rightarrow (A = B)$, problematiska instanser. Följande satsmängd förefaller t.ex. vara konsistent (Rönnedal (201X)).

Satsmängd 2
2.1 Det är förbjudet att du stjäl ett äpple.
2.2 Det är förbjudet att du mördar din partner.
2.3 Det är inte fallet att det är lika bra att du inte stjäl ett äpple som att du inte mördar din partner.

Men om denna mängd är konsistent, så kan inte $(FA \wedge FB) \rightarrow (\neg A = \neg B)$ vara ett teorem. Om $(FA \wedge FB) \rightarrow (\neg A = \neg B)$ är giltig, det är förbjudet att du stjäl ett äpple, och det är förbjudet att du mördar din partner, så följer det att det är lika bra att du inte stjäl ett äpple som att du inte mördar din partner. Men det är bättre att du inte mördar din partner än att du inte stjäl ett äpple. Att mörda sin partner är ett mycket värre brott än att stjäla ett äpple. Låt p = ”Du stjäl ett äpple”, q = ”Du mördar din partner”. Då kan satserna i satsmängd 2 symboliseras på följande sätt: (2.1) Fp, (2.2) Fq (2.3) $\neg(\neg p = \neg q)$. Men om det är möjligt att alla dessa satser är sanna, så kan inte $(FA \wedge FB) \rightarrow (\neg A = \neg B)$ vara giltig. Och om $(FA \wedge FB) \rightarrow (\neg A = \neg B)$ inte är giltig, så är det antingen något fel på vår definition av ”lika bra som” eller på systemet TG.

Detta argument kan bemötas på samma sätt som argument 1. När vi i den här uppsatsen säger att det är lika bra att du inte stjäl ett äpple som att du inte mördar din partner, så menar vi inte att dessa sakförhållanden i sig är lika bra eller att om du var tvungen att välja mellan dem så skulle det inte spela någon roll vad du valde. Det är bättre i sig att du inte mördar din partner än att du inte stjäl ett äpple, och om du är tvungen att välja mellan att stjäla ett äpple och att mörda din partner, så bör du stjäla ett äpple. Notera också att då vi talar om att något är förbjudet, så menar vi att det är moraliskt förbjudet allt taget i beaktande. Vi menar inte att det är förbjudet enligt lagen. Att det är juridiskt förbjudet att A och juridiskt förbjudet att B medför inte att inte-A och inte-B är moraliskt lika bra. Att säga att det moraliskt allt taget i beaktande är förbjudet att stjäla eller att mörda, innebär – enligt språkbruket i denna uppsats – att det i alla de bästa möjliga världarna är fallet att du inte stjäl och att du inte mördar. Alltså finns det ingen bättre värld än dessa.

Notera att om det är förbjudet att du stjäl ett äpple och det är förbjudet att du mördar din partner, så är det möjligt att inte stjäla och det är möjligt att inte mörda och det är möjligt att inte stjäla och att inte mörda. $((FA \wedge FB) \rightarrow \Diamond(\neg A \wedge \neg B))$ är ett teorem i TG. Om du är tvungen att välja mellan att stjäla och att mörda och det är förbjudet att du mördar, så är det inte förbjudet att du stjäl. $(\neg\Diamond(\neg A \wedge \neg B) \rightarrow (\neg FA \vee \neg FB))$ är ett teorem i TG. Detta argument tycks därför inte heller vara konklusivt. (Argumentet diskuteras mer ingående i Rönnedal (201X).)

Argument 3
Låt oss nu undersöka det tredje och sista argumentet för att TG, tillsammans med våra definitioner av värderelationerna bättre än etc., är för starkt. Nedanstående tablå bevisar att $(PA \wedge PB) \rightarrow (A = B)$ är ett teorem i TG (Rönnedal (201X)).

$(PA \wedge PB) \rightarrow (A = B) =$
$(P[T]A \wedge P[T]B) \rightarrow (O[A \vee B]\bot \vee (P[A \vee B]A \wedge P[A \vee B]B))$

$$\neg((P[T]A \wedge P[T]B) \rightarrow (O[A \vee B]\bot \vee (P[A \vee B]A \wedge P[A \vee B]B))),\ 0$$
$$P[T]A \wedge P[T]B,\ 0$$
$$\neg(O[A \vee B]\bot \vee (P[A \vee B]A \wedge P[A \vee B]B)),\ 0$$
$$P[T]A,\ 0$$
$$P[T]B,\ 0$$
$$\neg O[A \vee B]\bot,\ 0$$
$$\neg(P[A \vee B]A \wedge P[A \vee B]B),\ 0$$

↙ ↘

$\neg P[A \vee B]A,\ 0$	$\neg P[A \vee B]B,\ 0$
$O[A \vee B]\neg A,\ 0$	$O[A \vee B]\neg B,\ 0$
$0r_T1$	$0r_T1$
$A,\ 1$	$B,\ 1$
↙ ↘	↙ ↘

$A \vee B,\ 1$	$\neg(A \vee B),\ 1$	$A \vee B,\ 1$	$\neg(A \vee B),\ 1$
$0r_{T \wedge (A \vee B)}1$	$\neg A,\ 1$	$0r_{T \wedge (A \vee B)}1$	$\neg A,\ 1$
$\Box((A \vee B) \leftrightarrow$	$\neg B,\ 1$	$\Box((A \vee B) \leftrightarrow$	$\neg B,\ 1$
$(T \wedge (A \vee B))),\ 0$	*	$(T \wedge (A \vee B))),\ 0$	*
$O[T \wedge (A \vee B)]\neg A,\ 0$		$O[T \wedge (A \vee B)]\neg B,\ 0$	
$\neg A,\ 1$		$\neg B,\ 1$	
*		*	

Men $(PA \wedge PB) \rightarrow (A = B)$ tycks, liksom $(OA \wedge OB) \rightarrow (A = B)$ och $(FA \wedge FB) \rightarrow (\neg A = \neg B)$, ha intuitivt problematiska instanser. Om $(PA \wedge PB) \rightarrow (A = B)$ är giltig, det är tillåtet att du behåller alla pengar själv och det är tillåtet att du skänker pengar till välgörande ändamål, så följer det att det är lika bra att du behåller alla pengar själv som att du skänker pengar till välgörande ändamål.

Men det är bättre att du skänker pengar till välgörande ändamål än att du behåller alla pengar själv. Följande mängd satser tycks vara konsistent.

Satsmängd 3
3.1 Det är tillåtet att du behåller alla pengar själv.
3.2 Det är tillåtet att du skänker pengar till välgörande ändamål.
3.3. Det är inte fallet att det är lika bra att du behåller alla pengar själv som att du skänker pengar till välgörande ändamål.

Låt p = ”Du behåller alla pengar själv”, och q = ”Du skänker pengar till välgörande ändamål”. Då kan satserna i satsmängd 3 symboliseras på följande sätt: (3.1) Pp, (3.2) Pq, (3.3) $\neg(p = q)$. Men det är inte möjligt att alla dessa satser är sanna om $(PA \wedge PB) \rightarrow (A = B)$ är giltig. Om $(PA \wedge PB) \rightarrow (A = B)$ inte är giltig, så är det antingen något fel på vår definition av ”lika bra som” eller på systemet TG.

Onekligen är det åtminstone vid en första anblick intuitivt rimligt att påstå att det är bättre att du skänker pengar till välgörande ändamål än att du behåller alla pengar själv samtidigt som det är tillåtet att du behåller alla pengar själv och tillåtet att du skänker pengar till välgörande ändamål. Kan vi använda samma strategier för att besvara detta argument som vi använde för att besvara argument 1 och 2? Låt oss först notera att vi inte talar om vad som är tillåtet enligt lagen. Det kan vara juridiskt tillåtet att du behåller alla pengar själv och juridiskt tillåtet att du skänker pengar till välgörande ändamål, samtidigt som det är bättre att du skänker pengar till välgörande ändamål än att du behåller alla pengar själv. Det vi talar om är vad som är allt taget i beaktande moraliskt tillåtet. $\{OA, OB, \neg\Diamond(A \wedge B)\}$ och $\{FA, FB, \neg\Diamond(\neg A \wedge \neg B)\}$ är båda inkonsistenta, men $\{PA, PB, \neg\Diamond(A \wedge B)\}$ är konsistent. $\neg\Diamond(A \wedge B) \rightarrow \neg P(A \wedge B)$ är ett teorem i TG, men $PA \wedge PB$ medför inte $P(A \wedge B)$. Så, från påståendet att du måste välja mellan att behålla alla pengar själv och att skänka pengar till välgörande ändamål – vilket förefaller vara sant – och propositionen att det är tillåtet att du skänker pengar till välgörande ändamål, följer det inte att det inte är tillåtet att behålla alla pengar själv. Om det däremot är fallet att du bör skänka pengar till välgörande ändamål och det inte är möjligt att behålla alla pengar själv och skänka pengar till välgörande ändamål, så är det inte tillåtet att du behåller alla pengar själv.

Det rimligaste svaret på detta argument tycks vara att om det verkligen är moraliskt bättre att du skänker pengar till välgörande ändamål än att du behåller alla pengar själv (allt taget i beaktande), så är det inte (moraliskt) allt taget i beaktande tillåtet att du behåller alla pengar själv. Detta innebär inte nödvändigtvis att du bör straffas eller klandras om du inte skänker pengar till välgörande ändamål. Det medför inte att det bör vara förbjudet enligt lagen att inte skänka pengar till välgörande ändamål. Men om det verkligen är bättre, så följer det att det är (moraliskt) fel om du inte skänker pengar till välgörande ändamål. Det här är en uppfattning om relationen mellan värde-relationer och normer som passar bra överens med olika former av konse-kvensetik som hävdar att endast optimala handlingar är tillåtna. Det är tillåtet att du behåller alla pengar själv endast om det är lika bra att du behåller alla pengar själv som att du skänker pengar till välgörande ändamål. Endast ”det bästa” är obligatoriskt, och endast vad som är ett av de bästa alternativen är tillåtet. Även vissa former av icke-teleologiska system kan acceptera detta (t.ex. vissa former av stoicism (se Rönnedal (201X)). En konsekvens tycks vara att mängden tillåtna ting blir relativt liten, och att moralen ställer väldigt höga krav på oss. Inte alla typer av moraliska system är dock av detta slag. Och det är nog riktigt att TG, tillsammans med de definitioner av ”bättre än” osv. som vi använder i den här uppsatsen, inte är förenligt med alla sådana system. Så, om något sådant system representerar den ”riktiga” moralen, bör vi antingen förkasta våra definitioner eller systemet TG. Om däremot t.ex. någon form av klassisk konsekvensetik (eller stoicism) av det slag vi nämnt ovan är korrekt, så är argument 3 inte konklusivt. (Argument 3 diskuteras mer ingående i Rönnedal (201X).)

Sammanfattningsvis tycks det vara möjligt att förkasta (1.3) i satsmängd 1 om (1.1) och (1.2) är sanna, (2.3) i satsmängd 2 om (2.1) och (2.2) är sanna, och (3.1) i satsmängd 3 om det faktiskt är bättre att du skänker pengar till välgörande ändamål än att du behåller alla pengar själv.

Argument 4

Låt oss nu undersöka två argument som talar för att TG är för informellt svagt. Att påstå att TG är informellt för svagt innebär, som vi erinrar oss, att vi inte kan bevisa alla satser som förefaller vara intuitivt giltiga. Enligt argument 4, så är följande sats intuitivt giltig:

$$OA \rightarrow (A > B)$$

Men denna sats kan inte bevisas i TG. Vi kan endast bevisa $OA \rightarrow (A \geq B)$ (se tabell 2 ovan). $OA \rightarrow (A \geq B)$ säger att A är obligatorisk endast om A är minst lika bra som B, medan $OA \rightarrow (A > B)$ säger att A är obligatorisk endast om A är bättre än B. Enligt klassisk konsekvensetik, är en handling tillåten endast om den är minst lika bra som varje alternativ handling, medan den är obligatorisk endast om den är *bättre* än varje annan alternativ handling. Detta är en anledning till att $OA \rightarrow (A > B)$ kan tyckas vara giltig.

Det här argumentet kan emellertid besvaras relativt enkelt. I klassisk konsekvensetik antar man att de olika handlingarna är ömsesidigt uteslutande, men i vårt fall står A och B för vilka satser som helst. A och B behöver därför inte utesluta varandra. Om vi antar att A och B är ömsesidigt uteslutande, dvs. om det är nödvändigt att A är sann om och endast om B är falsk (och tvärtom), så kan vi bevisa att OA medför $A > B$. Det är lätt att se att så är fallet, eftersom vi ovan har bevisat $(OA \wedge FB) \rightarrow (A > B)$ och eftersom $(OA \wedge \Box(A \leftrightarrow \neg B)) \rightarrow FB$ är ett teorem i TG. Från detta följer det att $(OA \wedge \Box(A \leftrightarrow \neg B)) \rightarrow (A > B)$. Nedanstående semantiska tablå bevisar samma sak.

$O[T]A \rightarrow (\Box(A \leftrightarrow \neg B) \rightarrow (A > B))$

$\neg(O[T]A \rightarrow (\Box(A \leftrightarrow \neg B) \rightarrow (A > B))), 0$

$O[T]A, 0$

$\neg(\Box(A \leftrightarrow \neg B) \rightarrow (A > B)), 0$

$\Box(A \leftrightarrow \neg B), 0$

$\neg(A > B), 0$

$\neg(P[A \vee B]T \wedge O[A \vee B]\neg B), 0$

↙ ↘

$\neg P[A \vee B]T, 0$		$\neg O[A \vee B]\neg B, 0$
$O[A \vee B]\neg T, 0$		$P[A \vee B]\neg\neg B, 0$
$A \leftrightarrow \neg B, 0$		$\Box((A \vee B) \leftrightarrow (T \wedge (A \vee B))), 0$
↙	↘	$P[T \wedge (A \vee B)]\neg\neg B, 0$
$A, 0$	$\neg A, 0$	$0r_{T \wedge (A \vee B)}1$
$\neg B, 0$	$\neg\neg B, 0$	$\neg\neg B, 1$
$A \vee B, 0$	$A \vee B, 0$	$A \leftrightarrow \neg B, 1$
$0r_{A \vee B}1$	$0r_{A \vee B}1$	$\neg A, 1$
$\neg T, 1$	$\neg T, 1$	$T, 0$
*	*	$0r_T2$
		$A, 2$
		$A \vee B, 2$
		$0r_T1$
		$A \vee B, 1$
		$A, 1$
		*

Det kan vara intressant att notera att även det omvända gäller, dvs. $(\Box(A \leftrightarrow \neg B) \wedge (A > B)) \rightarrow OA$ är ett teorem i TG. Från detta följer det att också $\Box(A \leftrightarrow \neg B) \rightarrow (OA \leftrightarrow (A > B))$ är ett teorem i TG.

Argument 5
Vårt sista argument tycks vara något mer besvärande. Detta argument går också ut på att vårt system är för svagt eftersom vi inte kan bevisa nedanstående intuitivt giltiga sats:

$$(OA \wedge (A = B)) \rightarrow OB$$

Följande modell bevisar att denna formel inte är giltig i klassen av alla s.k. H3-modeller (se Rönnedal (2009b)). Det följer att denna sats inte kan bevisas i TG, eftersom TG är sunt i förhållande till denna klass. Låt W vara mängden av alla möjliga världar, w_0, w_1 osv. är världar i W. W = $\{w_0, w_1, w_2\}$. w_1 och w_2 är lika bra och bättre än w_0. A är sann och B falsk i w_1. A är sann och B är sann i w_2. $A \vee B$ är sann i w_1 och w_2. w_1 och w_2 är de bästa världarna i vilka $A \vee B$ är sann. OA är sann eftersom A är sann i alla de bästa världarna (w_1 och w_2). $P[A \vee B]A$ är sann eftersom A är sann i åtminstone en av de bästa $A \vee B$ världarna (t.ex. i w_1). $P[A \vee B]B$ är sann eftersom B är sann i åtminstone en av de bästa $A \vee B$ världarna (w_2). Alltså är $O[A \vee B]\bot \vee (P[A \vee B]A \wedge P[A \vee B]B)$ sann. Däremot är inte OB sann eftersom B är falsk i en av de bästa världarna, nämligen i w_1. Alltså är försatsen sann men eftersatsen falsk. Således är hela satsen falsk i denna modell. Det följer att satsen inte är giltig.

Det är alltså möjligt att det bör vara fallet att A och att A och B är lika bra samtidigt som det inte bör vara fallet att B. Men om A och B verkligen är (moraliskt) lika bra (allt taget i beaktande), hur kan då A vara obligatorisk samtidigt som B inte är obligatorisk? Om A och B är moraliskt lika bra allt taget i beaktande, borde det inte vara fallet att A är obligatorisk om och endast om B är obligatorisk? Om detta är riktigt, så är TG tillsammans med våra definitioner informellt för svagt och inte helt tillfredsställande.

Ett möjligt svar på denna invändning är att försöka utveckla någon extension av TG som gör det möjligt att bevisa $(OA \wedge (A = B)) \rightarrow OB$. Det är emellertid oklart om det går att hitta någon sådan extension som inte är ad hoc. En möjlighet är att kräva att det alltid finns högst en A-tillgänglig värld från varje värld (för varje A) och att införa en tablåregel som svarar mot detta villkor (tekniskt är detta enkelt). Gör vi det, blir $(OA \wedge (A = B)) \rightarrow OB$ giltig. Men ett system av detta slag leder till ett slags moralisk rigorism, där allting är antingen obligatoriskt eller förbjudet. Och det är tveksamt om ett sådant system är rimligt.

Det är inte uppenbart att intuitionen att $(OA \wedge (A = B)) \rightarrow OB$ är giltig är korrekt. Det går att beskriva situationer som pekar i en annan riktning. Det tycks t.ex. som om det skulle kunna vara lika bra att du hjälper person 1 som att du hjälper person 2 och att du bör hjälpa person 1 eftersom du har lovat att göra det, samtidigt som du inte har en plikt att hjälpa person 2 eftersom du inte har lovat person 2 någonting. Oavsett hur det förhåller sig med detta, så är argument 5 inte i sig tillräckligt starkt för att förkasta TG. På sin höjd visar det att TG är informellt för svagt. Men som vi påpekade ovan är det inte ett tillräckligt skäl att förkasta ett logiskt system. Satslogiken är ett exempel på detta.

Min slutsats är att även om argumenten 1–5 bör tas på största allvar, så är de inte konklusiva. Huruvida våra definitioner av värdeuttrycken ”bättre än”, ”lika bra som” osv. är rimliga och TG ”korrekt”, tycks sist och slutligen bero på vilken typ att moralfilosofiskt system som är sant.

Referenser

Beth, E. W. (1955). Semantic Entailment and Formal Derivability. Mededelingen van de Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen, Afdeling Letterkunde, N.S., vol. 18, nr. 13, Amsterdam, ss. 309–342. Publicerad på nytt i *Hintikka, J.* (1969), ss. 9–41.

Beth, E. W. (1959). *The Foundations of Mathematics*. North-Holland, Amsterdam.

Chisholm, R. M. (1963). Contrary-to-duty Imperatives and Deontic Logic. *Analysis* 24, ss. 33–36.

D’Agostino, M., Gabbay, D. M., Hähnle R. & Posegga J. (red.). (1999). *Handbook of Tableau Methods*. Dordrecht, Kluwer Academic Publishers.

Danielsson, S. (1968). *Preference and Obligation: Studies in the Logic of Ethics*. Filosofiska föreningen, Uppsala.

Fitting, M. (1972). Tableau methods of proof for modal logics. *Notre Dame Journal of Formal Logic* 13, ss. 237–247.

Fitting, M. (1983). *Proof Methods for Modal and Intuitionistic Logic*. D. Reidel, Dordrecht.

Fitting, M. (1999). Introduction. I *D’Agostino, M., Gabbay, D. M., Hähnle R. & Posegga J.* (red.). (1999), ss. 1–43.

Gabbay, D. & Guenthner F. (red.). (1984). *Handbook of Philosophical Logic*, Vol. 2, D. Reidel.

Gabbay, D. & Guenthner, F. (red.). (2002). *Handbook of Philosophical Logic*. Vol. 8, D. Reidel.

Gabbay, D., Horty, J., Parent, X., van der Meyden, E. & van der Torre, L. (red.). (2013). *Handbook of Deontic Logic and Normative Systems*. College Publications.

Hansson, B. (1969). An Analysis of Some Deontic Logics. *Noûs* 3, ss. 373–398. Tryckt på nytt i Hilpinen, R. (red.). (1971), ss. 121–147.

Hilpinen, R. (red.). (1971). *Deontic Logic: Introductory and Systematic Readings*. D. Reidel Publishing Company, Dordrecht.

Hilpinen, R. (red.). (1981). *New Studies in Deontic Logic Norms, Actions, and the Foundation of Ethics*. D. Reidel Publishing Company, Dordrecht.

Hintikka, J. (1969). *The Philosophy of Mathematics*. Oxford Readings in Philosophy, Oxford University Press, Oxford.

Jeffrey, R. C. (1967). *Formal Logic: Its Scope and Limits*. McGraw-Hill, New York.

Kripke, S. A. (1959). A Completeness Theorem in Modal Logic. *The Journal of Symbolic Logic* 24, ss. 1–14.

Lenk, H., & Berkemann J. (red.). (1974). *Normenlogik: Grundprobleme der deontischen Logik*. UTB, 414, Verlag Dokumentation, Pullach (near München).

Lewis, D. (1973). *Counterfactuals*. Basil Blackwell, Oxford.

Lewis, D. (1974). Semantic analysis for dyadic deontic logic. I *Stenlund, S.* (red.). (1974), ss. 1–14.

Mally, E. (1926). *Grundgesetze des Sollens Elemente der Logik des Willens*. Leuschner and Lubensky, Graz.

Priest, G. (2008). *An Introduction to Non-Classical Logic*. Cambridge University Press, Cambridge.

Prior, A. (1954). The Paradoxes of Derived Obligation. *Mind* 63, ss. 64–65.

Rescher, N. (1958). An axiom system for deontic logic. *Philosophical studies*, Vol. 9, ss. 24–30.

Rönnedal, D. (2009). Counterfactuals and Semantic Tableaux. *Logic and Logical Philosophy*, Vol. 18, Nr. 1, ss. 71–91.

Rönnedal, D. (2009b). Dyadic Deontic Logic and Semantic Tableaux. *Logic and Logical Philosophy*, Vol. 18, Nr. 3–4, ss. 221–252.

Rönnedal, D. (2010). *An Introduction to Deontic Logic*. Charleston, SC.

Rönnedal, D. (2012). *Extensions of Deontic Logic: An Investigation into some Multi-Modal Systems*, Department of Philosophy, Stockholm University.

Rönnedal, D. (2015). Dyadisk Deontisk Logik: En Härledning av Några Teorem. *Filosofiska Notiser*, Årgång 2, Nr. 2, ss. 19–52.

Rönnedal, D. (201X). Transgressions are equal, and right actions are equal: Some philosophical reflections on paradox III in Cicero's Paradoxa Stoicorum. *Philosophia*. Antagen (DOI: 10.1007/s11406-016-9761-4).

Smullyan, R. M. (1963). A unifying Principle in Quantificational Theory. *Proceedings of the National Academy of Sciences* 49, 6, ss. 828–832.

Smullyan, R. M. (1965). Analytic Natural Deduction. *Journal of Symbolic Logic* 30, ss. 123–139.

Smullyan, R. M. (1966). Trees and Nest Structures. *Journal of Symbolic Logic* 31, ss. 303–321.

Smullyan, R. M. (1968). *First-Order Logic*. Heidelberg, Springer-Verlag.

Stenlund, S. (red.). (1974). *Logical Theory and Semantical Analysis*. D. Reidel Publishing Company, Dordrecht.

van Fraassen, B. C. (1972). The Logic of Conditional Obligation. *Journal of Philosophical Logic* 1, ss. 417–438.

van Fraassen, B. C. (1973). Values and the Heart’s Command. *The Journal of Philosophy* LXX, ss. 5–19.

von Kutschera, F. (1974). Normative Präferenzen und bedingte Gebote. I *Lenk, H., & Berkemann J.* (red.). (1974), ss. 137–165.

von Wright, G. H. (1951). Deontic Logic. *Mind* 60, ss. 1–15.

von Wright, G. H. (1964). A new system of deontic logic. *Danish yearbook of philosophy*, Vol. 1, ss. 173–182.

Åqvist, L. (1971). Revised foundations for imperative-epistemic and interrogative logic. *Theoria*, Vol. 37, Nr. 1, ss. 33–73.

Åqvist, L. (1973). Modal Logic with Subjunctive Conditionals and Dispositional Predicates. *Journal of Philosophical Logic*. Vol. 2, Nr. 1, ss. 1–76.

Åqvist, L. (1984). Deontic Logic. I *Gabbay, D. & Guenthner F.* (red.). (1984), ss. 605–714.

Åqvist, L. (1987). *Introduction to Deontic Logic and the Theory of Normative Systems*. Bibliopolis, Naples.

Åqvist, L. (2002). Deontic Logic. I *Gabbay, D. & Guenthner, F.* (red.). (2002), ss. 147–264.

Daniel Rönnedal
Filosofiska institutionen
Stockholms universitet
daniel.ronnedal@philosophy.su.se